



(Đề thi có 02 trang)

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**  
**MÔN: ĐẠI SỐ**  
 Thời gian làm bài: 180 phút.

**Bảng A**

**Bài A.1.** Cho các số thực  $a, b$  thoả mãn  $a + b > 2$  và ma trận

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 & b \\ a & 1 & b & 1 \\ 1 & b & 1 & a \\ b & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

Biện luận theo  $a, b$  hạng của ma trận  $A$ .

**Bài A.2.** Một nhà máy sản xuất năm loại sản phẩm A, B, C, D, E. Mỗi loại phải qua năm công đoạn cắt, gọt, đóng gói, trang trí và dán nhãn với thời gian cho mỗi công đoạn như trong bảng sau:

	Cắt	Gọt	Đóng gói	Trang trí	Dán nhãn
Sản phẩm A	1 giờ	1 giờ	1 giờ	1 giờ	1 giờ
Sản phẩm B	4 giờ	3 giờ	3 giờ	2 giờ	1 giờ
Sản phẩm C	8 giờ	12 giờ	6 giờ	3 giờ	1 giờ
Sản phẩm D	12 giờ	15 giờ	10 giờ	4 giờ	1 giờ
Sản phẩm E	20 giờ	24 giờ	10 giờ	5 giờ	1 giờ

Các bộ phận cắt, gọt, đóng gói, trang trí, dán nhãn có số giờ công tối đa trong một tuần lần lượt là 180, 220, 120, 60, 20 giờ. Trong thiết kế ban đầu của nhà máy có phương án về số lượng mỗi loại sản phẩm nhà máy phải sản xuất trong một tuần để sử dụng hết công suất các bộ phận. Tính số lượng mỗi loại sản phẩm được sản xuất trong một tuần theo phương án đó.

**Bài A.3.** Trong không gian véc tơ  $V$  gồm các đa thức hệ số thực có bậc nhỏ hơn 7, cho các đa thức

$$B_i = x^i(1-x)^{6-i}, i = 0, 1, \dots, 6.$$

Chứng minh rằng

- (a) Các đa thức  $B_0, B_1, \dots, B_6$  là độc lập tuyến tính trong  $V$ ;
- (b) Có thể bỏ đi một đa thức  $B_i$  nào đó sao cho các đạo hàm  $B'_0, \dots, B'_{i-1}, B'_{i+1}, \dots, B'_6$  là độc lập tuyến tính.

**Bài A.4.** Một dãy số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  được gọi là *răng cưa* nếu  $a_1 < a_2, a_2 > a_3, a_3 < a_4, \dots$ , hay nói cách khác,  $a_{2k-1} < a_{2k}$  với mọi  $0 < 2k \leq n$  và  $a_{2k} > a_{2k+1}$  với mọi  $1 < 2k + 1 \leq n$ .

- (a) Có bao nhiêu dãy răng cưa  $a_1, a_2, a_3$  sao cho  $1 \leq a_i \leq 5$  với mọi  $i = 1, 2, 3$ ?

(b) Có bao nhiêu dãy rỗng của  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  sao cho  $1 \leq a_i \leq 5$  với mọi  $i = 1, \dots, 5$ ?

**Bài A.5.** Cho các ma trận thực  $A, B$  cỡ  $n \times n$  thoả mãn  $A = A^2B$ . Giả sử  $A, B$  có cùng hạng. Chứng minh rằng

(a) Các hệ phương trình  $AX = 0$  và  $BX = 0$  có cùng tập nghiệm trong  $\mathbb{R}^n$ ;

(b)  $AB = (AB)^2$ ;

(c)  $B = B^2A$ .

————— Hết —————