Hội Toán Học Việt Nam

THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 9 Năm 2011 Tập 15 Số 3

Thông Tin Toán Học
(Lưu hành nội bộ)

• Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4-6 số trong một năm.

• Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file (chủ yếu theo phông chữ unicode hoặc .VnTime).

• Mọi liên hệ với bản tin xin gửi về:

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***
Viện Toán Học
18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

e-mail:
ttth@vms.org.vn

Website của Hội Toán học:
www.vms.org.vn

Ảnh bìa 1: Giáo sư Trần Đức Vân (1951-2011) *Nguồn: Internet*

Một nhà khoa học lớn đã ra đi [1]

Lê Tuấn Hoa (Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam)

Ngày 17/7/2011 cộng đồng toán học Việt Nam tiễn đưa một nhà khoa học lớn của đất nước, GS. TSKH. Trần Đức Vân, nguyên Viện trưởng Viện Toán học, về nơi an nghỉ cuối cùng. Ông từ trần vào hồi 8h10 phút ngày 16/7/2011, tức ngày 16 tháng 6 năm Tân Mão, hưởng thọ 61 tuổi.

GS. TSKH. Trần Đức Vân (1951 – 2011)
Nguồn: Viện Toán học

Giáo sư Trần Đức Vân sinh ngày 27/4/1951 tại xã Vĩnh Sơn, huyện Vĩnh Linh, tỉnh Quảng Trị - một vùng quê nghèo của miền Trung. Xã của ông bị phân đôi bởi đường giới tuyến, làng của ông nằm trên đất Bắc – nơi hứng bom đạn của quân thù. Lớn lên trong cảnh đất nước bị chia cắt, chiến tranh khốc liệt, ngay từ nhỏ ông đã nuôi trong mình chí học tập để phục vụ Tổ quốc, xây dựng quê hương. Được cử đi học đại học tại Đại học tổng hợp Beloussia (ở Minsk), bằng ý chí cùng với trí thông minh trời cho, ông đã trở thành một trong những sinh viên xuất sắc nhất trong lịch sử của trường. Sau khi tốt nghiệp (1974), ông được chuyển tiếp làm nghiên cứu sinh. Chỉ cần một năm rưỡi, vào cuối năm 1977, ông đã hoàn thành và bảo vệ luận án phó tiến sĩ (tức luận án tiến sĩ ngày nay) với kết quả xuất sắc và nhiều bài báo được công bố. Ông được đề nghị tiếp tục ở lại Liên Xô nghiên cứu tiếp cho luận án tiến sĩ khoa học.

Ông chuyển từ Minsk lên thủ đô Matxcơva để có tầm nhìn rộng mở hơn. Tại đây, trong vòng ba năm rưỡi ông đã hoàn thành luận án và bảo vệ xuất sắc trước một hội đồng khoa học gồm nhiều nhà toán học nổi tiếng mà tiêu biểu là Giáo sư Viện sĩ Xôbôlev. Khi đó ông mới gần 30 tuổi. Cho đến nay, Giáo sư Trần Đức Vân vẫn là một trong rất ít người Việt Nam bảo vệ luận án tiến sĩ khoa học khi còn trẻ như vậy.

Trở về nước mùa Xuân năm 1982, ông đứng trước hai lựa chọn: làm việc cho Trung ương Đoàn (khi đó ông là Uỷ viên BCH TW Đoàn TNCS Hồ Chí Minh) hoặc về Viện Toán học. Không hề đắn đo, ông đã gia nhập Viện Toán học, được trao trọng trách xây dựng phòng "Phương trình Đạo hàm riêng" – phòng nghiên cứu mới thành lập mà ông là thành viên đầu tiên. Chỉ trong vòng chưa đến 10 năm, ông đã đưa Phòng với hướng nghiên

[1] Nội dung chính của bài này đã đăng trong tạp chí Tia Sáng dưới nhan đề "Một nhà toán học xuất sắc đã ra đi"

cứu của mình trở thành một trong những phòng nghiên cứu xuất sắc của viện. Ông được phong phó giáo sư khi 32 tuổi và giáo sư lúc 40 tuổi.

Ngoài công tác chuyên môn, Giáo sư Trần Đức Vân tích cực cùng với Giáo sư Hoàng Tụy, Giáo sư Phạm Hữu Sách và các nhà toán học khác xây dựng phát triển Viện Toán học về mọi mặt. Thời gian 1990-2000, ông được giao trọng trách làm Phó Viện trưởng rồi Viện trưởng của Viện Toán học. Nhờ những đóng góp của ông, Viện Toán học đã vượt qua được khó khăn của thời kì đầu của kinh tế thị trường, tiếp tục là ngọn cờ đầu trong các trung tâm nghiên cứu của Việt Nam.

Giữa lúc tài năng đang nở rộ, năm 1996, tức là rất ngắn sau khi được giao trọng trách làm Viện trưởng Viện Toán học, ông bắt đầu bị một căn bệnh quái ác. Từ khi đó, vừa làm nghiên cứu khoa học, vừa làm công tác quản lý, ông còn phải làm một việc khác mà ít người phải đương đầu vào cái tuổi ấy: chống chọi với bệnh tật! Với nghị lực phi thường, với sự trợ giúp không mệt mỏi của gia đình, sự chữa trị của nhiều thầy thuốc và sự động viên của bạn bè, đồng nghiệp, ông kiên trì chữa bệnh và tiếp tục nghiên cứu và lãnh đạo cơ quan với cường độ làm việc cao. Không ít lần tưởng như bệnh tật đã phải thua ông. Nhưng điều may mắn đó đã không xảy ra. Đầu năm 2001, do thấy sức khoẻ không bình phục trở lại, ông đã rút lui, không tiếp tục ứng cử chức viện trưởng nữa. Thế nhưng ông vẫn kiên trì làm nghiên cứu, viết sách và hướng dẫn nghiên cứu sinh. Chỉ đến năm 2007, khi bệnh tình phát triển sang giai đoạn cuối, ông mới đành chịu thua. Tuy vậy mỗi lần gặp đồng nghiệp, ông vẫn toát lên khát khao tiếp tục được nghiên cứu toán học. Ông như nuốt từng lời khi được thông báo vắn tắt tin tức về cộng đồng toán học trong và ngoài nước.

Một cuộc đời thật ngắn ngủi lại phải chiến đấu dai dẳng với bệnh tật, nhưng thành quả Giáo sư Trần Đức Vân để lại thật đồ sộ: hướng dẫn thành công 10 luận án tiến sĩ, công bố hơn 80 bài báo quốc tế và 6 quyển sách, trong đó có 3 quyển bằng tiếng nước ngoài trong đó có quyển ông phải nén đau mổ cò từng chữ một. Ông đã được Nhà nước tặng Huân chương Lao Động hạng Nhì để ghi nhận những thành tích và tinh thần lao động phi thường của ông. Nhưng xứng đáng hơn cả với những gì ông đã cống hiến chính là sự thán phục của những người biết ông và toàn thể cộng đồng toán học Việt Nam.

Ông yêu khoa học vô bờ, có sức sống mãnh liệt và niềm tin chiến thắng bệnh tật. Suốt 15 năm bị bệnh, không ai có thể tưởng tượng nổi ông lại kiên cường được đến như vậy. Trong quãng thời gian ấy ông được sự trợ giúp hết lòng hết sức của vợ ông. Cả 15 năm qua, bà chưa được một giấc ngủ trọn vẹn. Thậm chí hơn chín tháng trước khi ông mất, bà không mấy khi được biết đến chiếc giường. Ngả lưng trên cái ghế xếp bên cạnh giường bệnh khu vực cấp cứu, bà chăm nom, nghe từng nhịp đập, từng hơi thở của ông. Nhờ vậy ông vẫn bình yên. Dù ông yếu, nhưng không hề thấy dấu hiệu ông sẽ ra đi.

Sự ra đi của ông thật sự đột ngột. 8h10 phút ngày 16 tháng 7, trái tim ông đã ngừng đập. Một bộ óc lớn đã đi về cõi vĩnh hằng.

Những bài học lớn từ thầy Đặng Đình Áng

Nguyễn Hữu Anh và Đặng Đức Trọng
(ĐH Khoa học Tự nhiên tp. Hồ Chí Minh)

Quyển kỷ yếu "Trong ngần bóng gương" kỷ niệm ngày sinh thứ 80 của GS. Đặng Đình Áng có giới thiệu đầy đủ thân thế và sự nghiệp của thầy, các giai thoại về thầy và những kỷ niệm sâu sắc của các học trò và bạn bè, đồng nghiệp của thầy. Vì thế chúng tôi sẽ không nhắc đến các chi tiết ấy mà chỉ xin rút ra bốn bài học lớn từ cuộc đời và sự nghiệp của thầy.

1/ Bài học thứ nhất là để thành công trong việc gì, nhất là trong sự nghiệp cả đời, cần phải có quyết tâm và tập trung cao độ, nhưng vẫn phải luôn tự đổi mới. Trong suốt quá trình giảng dạy và nghiên cứu, thầy luôn luôn tập trung vào lãnh vực chính là giải tích toán học qua hơn 120 bài báo đã công bố, nhưng vẫn thường xuyên đổi mới nội dung nghiên cứu giải tích ở từng thời kỳ, bất kể tuổi tác của thầy.

Xin nhắc lại rằng, Giáo sư Đặng Đình Áng vốn là một kỹ sư hàng không và được đào tạo về toán ứng dụng (cơ học môi trường liên tục) tại Học viện Công nghệ California CalTech. Đầu những năm 60 của thế kỷ trước thầy về Sài Gòn dạy học. Để mang đến cho anh em chúng tôi những kiến thức mới lúc bấy giờ về toán lý thuyết qua các môn tôpô, giải tích hàm, giải tích thực, thầy đã phải cố gắng tự nghiên cứu rất nhiều. Anh em chúng tôi trong thế hệ sinh viên đầu tiên đã rất thích thú tiếp thu những kiến thức mới này và nhất là phương pháp dạy học bình dị của thầy: luôn khuyến khích anh em chúng tôi tự học, tự nghiên cứu hơn là nhồi nhét kiến thức, kết quả là cả chục sinh viên đã được thầy trực tiếp hoặc gián tiếp gửi đi đào tạo tiếp ở nước ngoài và đã đạt được những thành công nhất định.

Đến những năm 70, ở tuổi bước qua "tứ thập nhi bất hoặc" để đi vào tuổi "ngũ thập tri thiên mệnh", thầy lại một lần nữa đổi mới nội dung giảng dạy và nghiên cứu sang lãnh vực giải tích toàn cục, lý thuyết điểm bất động và phương trình vi-tích phân. Kết quả là một loạt luận án tiến sỹ đầu tiên do thầy hướng dẫn đã ra đời, trong đó luận án của GS. Dương Minh Đức là luận án tiến sỹ đầu tiên được bảo vệ ở phía Nam sau năm 75.

Sang những năm 80, dù đã bước vào tuổi 60, thầy lại một lần nữa đổi mới nội dung giảng dạy và nghiên cứu. Lần này thầy chuyển hướng sang nghiên cứu về phương trình đạo hàm riêng, giải quyết những bài toán ngược, bài toán không chỉnh. Hơn phân nửa các công trình nghiên cứu của thầy đã được công bố trong giai đoạn này. Trong số những người bảo vệ luận án tiến sỹ trong giai đoạn này và tiếp tục nghiên cứu thành công có thể kể đến Đặng Đình Hải và Lê Khôi Vỹ, hiện đang giảng dạy ở Mỹ và Đặng Đức Trọng, hiện là Trưởng khoa Toán – Tin học, Đại học Khoa học Tự nhiên thành phố Hồ Chí Minh.

Cuối cùng, ở tuổi 70 sang 80, các công trình về phương trình của thầy Áng hướng đến cơ học, tình yêu đầu đời của mình. Thầy đã cùng các học trò và đồng nghiệp công bố trên 20 bài báo trong đó sử dụng công cụ phương trình tích phân phi tuyến, phương trình đạo hàm riêng để giải các bài toán thú vị trong cơ học và địa vật lý.

Cũng cần nói thêm các kết quả to lớn thầy đạt được đã đóng góp không nhỏ vào việc xây dựng nền toán học ở miền Nam và qua đó góp phần phát triển nền toán học của cả nước. Thầy đã đào tạo một đội ngũ các nhà nghiên cứu trình độ cao về lĩnh vực bài toán ngược và phương trình đạo hàm riêng. Giám đốc Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh luôn mong mỏi hình thành được các trường phái nghiên cứu khoa học của Đại học Quốc gia có đẳng cấp quốc tế. Giáo sư Đặng Đình Áng đã thành công trong việc xây dựng một trường phái như vậy về bài toán ngược và phương trình đạo hàm riêng tại Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Tp. Hồ Chí Minh. Xuất thân là kỹ sư hàng không nên lối giảng dạy của thầy mang tính ứng dụng rất cao. Vì thế, trường phái toán học tại Tp. HCM có đặc điểm lớn là hướng rất mạnh sang lĩnh vực ứng dụng toán học.

Mặt khác, với uy tín khoa học của thầy và qua đông đảo bạn bè, thầy đã mời được nhiều nhà toán học có uy tín trên thế giới tham dự các kỳ hội thảo quốc tế do thầy tổ chức ở Tp. Hồ Chí Minh, qua đó nâng cao vị thế của nền toán học Việt Nam trên thế giới và khu vực.

2/ Bài học thứ hai là về quan điểm giảng dạy. Khi thầy về nước, ngoài những kiến thức mới như đã nói trên, thầy còn mang về một phương pháp học tập mới: tự học và tham gia nghiên cứu khoa học sớm. Các sinh viên được trang bị kiến thức cơ bản vừa đủ để tham gia nghiên cứu khoa học. Các kiến thức cơ bản không học dàn trải một cách tràn lan như nhiều người vẫn nghĩ, thầy thường nói "học nhiều thối óc". Chỉ khi đã đạt mức độ sâu trong lĩnh vực nghiên cứu mới mở rộng hay chuyển sang lĩnh vực khác. Tôi còn nhớ ngay khi học năm thứ ba, ngoài những môn quen thuộc, chúng tôi còn ghi tên học các môn MA I và MA II (Toán học thâm cứu). Thầy đã giao cho chúng tôi đọc các tài liệu rất mới thầy mang từ Mỹ về như đại số hàm, đại số các hàm giải tích là các hướng nghiên cứu thời thượng lúc bấy giờ. Các năm sau đó cũng vậy, thầy luôn luôn giới thiệu cho sinh viên những vấn đề rất mới, qua đó giúp cho những người làm toán ở miền Nam được tiếp cận với các hướng nghiên cứu hiện đại. Truyền thống sinh viên tham gia nghiên cứu sớm ngày nay vẫn còn được tiếp tục tại khoa Toán-Tin học, các sinh viên giỏi khi ra trường đã có thể có một hay hai bài báo quốc tế.

3/ Bài học thứ 3 mà tôi muốn nhắc đến là cách xử thế tuyệt vời của thầy. Thầy luôn luôn giúp đỡ mọi người, không chỉ riêng học trò của mình qua các việc như nhận xét một luận án, tham gia hoặc chủ trì hội đồng chấm luận án tiến sỹ cấp nhà nước và đặc biệt là tích cực ủng hộ họ trong các cuộc họp của hội đồng ngành toán. Mặt khác, thầy luôn luôn vun đắp và mở rộng các mối quan hệ bạn bè. Từ tình bạn lâu dài với GS. L. Knopoff ở UCLA, GS. E. Hewitt ở Washington State University, hay GS. D. Daykin ở Nanyang University vào những năm 50-60, đến các quan hệ bạn bè mới sau này như với các GS. Alain Phạm, K. Smith, R. Gorenflo,. . . Đối với họ, thầy không chỉ là bạn bè mà còn là cộng tác viên trong những công trình nghiên cứu. Kể cả những người chỉ thoáng gặp qua thầy như GS. P. Cartier, cố GS. M. Boujot, họ luôn giữ tình cảm trìu mến với thầy nhiều năm sau này.

Ở thầy luôn toát ra một tinh thần thân ái bao la. Đây có thể do ảnh hưởng của Nho gia, mặc dù thầy theo tân học. Nổi trội nhất trong ảnh hưởng của Nho giáo, qua cách xử thế của thầy, có lẽ là đạo trung dung. Có lẽ nhờ vậy mà thầy luôn luôn giữ được thăng bằng, thoát khỏi các cuộc mâu thuẫn kéo dài để có thể tập trung vào chuyên môn. Khi nói đến một con người, thầy luôn nhìn thấy khía cạnh tốt đẹp ở họ hơn là chỉ nghĩ đến điều xấu. Thầy hay nói "arsenic tuy là một chất độc, nhưng vẫn được dùng để chữa răng".

4/ Bài học cuối cùng mà tôi muốn nhắc đến là nhân sinh quan lạc quan của thầy. Có lẽ nhờ đó mà thầy đã vượt qua những lúc khó khăn trong cuộc sống đầu những năm 60 thế kỷ trước và năm 1975, khi có cơ hội xuất cảnh ra nước ngoài nhưng thầy đã chọn ở lại với đất nước, với học trò và đồng nghiệp. Chính nhờ tinh thần lạc quan mà thầy đã vượt qua được những lúc khó khăn nhất trong bối cảnh khó khăn chung của cả nước đầu những năm 80. Trong lúc điều kiện làm việc không thuận lợi, thầy vẫn vui vẻ dạy học trò và hàng ngày lấy việc đi bộ ra chợ làm thú vui nho nhỏ. Thầy cũng đã đem tinh thần lạc quan đến cho nhiều học trò của mình. Những năm gần đây, khi ngồi uống rượu vang với tôi, thầy hay nói "mình ở đây sướng thật!"

Và có lẽ cũng với tinh thần lạc quan đó, thầy đã lấy các buổi hòa nhạc, nhất là các buổi hòa nhạc của Câu lạc bộ Hoa sen để tô thêm nét đẹp cho các kỳ hội nghị quốc tế mà thầy đứng ra tổ chức. Ở thầy việc thổi sáo đã được nâng lên từ thú vui tao nhã thành một nghề chơi cũng lắm công phu.

Với phong cách làm việc và sống như vậy, không có gì đáng ngạc nhiên khi tổng kết ở tuổi 80, thầy đã có hơn 120 bài báo, phần lớn đăng trên các tạp chí và kỷ yếu hội nghị quốc tế, thầy đã được mời đi thỉnh giảng từ Mỹ đến châu Âu, từ Nhật Bản đến một số nước Đông Nam Á. Bạn bè thầy có ở khắp nơi và cho đến gần đây, nhiều người vẫn sắp xếp đến dự các hội nghị quốc tế tại Tp. Hồ Chí Minh. Cuộc sống riêng của thầy cũng rất hạnh phúc. Thầy với cô sống với nhau hơn 60 năm, qua cái tuổi mà người ta vẫn tổ chức "đám cưới vàng" và "đám cưới kim cương". Thầy hay nhắc lại câu chuyện: khi thầy nhận được bằng Ph.D ở CalTech thì cô cũng nhận được bằng Ph.T (Put your husband through) trên đó có chữ ký của thầy. Thầy và cô có năm người con thì ba người đã theo đuổi sự nghiệp toán học. Cô con gái đầu và cô con gái út tuy theo ngành khác nhưng có chồng lại là những người làm toán.

Có thể nói rằng Giáo sư Đặng Đình Áng là một sĩ phu Bắc Hà nhưng đã thành danh và hoàn danh ở Sài Gòn - Tp. Hồ Chí Minh.

Đến đây, chúng tôi xin mượn mấy câu thơ trong bài **Kẻ sĩ** của cụ Nguyễn Công Trứ để gửi tặng thầy:

Nhà nước yên mà Sĩ được thung dung
Bấy giờ Sĩ mới tìm ông Hoàng Thạch
Năm ba chú tiểu đồng lếch thếch
Tiêu dao nơi hàn cốc thâm sơn
Nào thơ, nào rượu, nào địch, nào đờn
Đồ thích chí chất đầy trong một túi
Mặc ai hỏi mặc ai không hỏi tới
Ngẫm việc đời mà ngắm kẻ trọc thanh
Này này Sĩ mới hoàn danh.

Ingrid Daubechies

Nữ chủ tịch đầu tiên của Liên đoàn Toán học Thế giới

Phạm Trà Ân (Viện Toán học)

Bà Ingrid Daubechies, một nhà vật lý và toán học người Mỹ gốc Bỉ, vừa được bầu là Chủ tịch Liên đoàn Toán học Thế giới (LĐTHTG) nhiệm kỳ 2011 - 2014. Đây là một sự kiện đặc biệt và hiếm có. Hiếm có, vì trong lịch sử hơn 100 năm hoạt động của mình đây là lần đầu tiên LĐTHTG có một nữ chủ tịch. Đặc biệt, vì Ingrid Daubechies vốn được đào tạo và khởi nghiệp là một nhà vật lý, nhưng trong quá trình nghiên cứu, giải quyết các bài toán do thực tế đặt ra, bà luôn luôn đề xuất những giải pháp có "hàm lượng toán học" rất cao. Thế rồi dần dần đến một lúc nào đó, bà đã trở thành một nhà toán học thực sự, rồi một nhà toán học có tiếng tăm, một nhà toán học có uy tín và mới đây lại được các nhà toán học nhất trí bầu là nữ hoàng của Vương quốc Toán học, một vương quốc mà bấy lâu nay vẫn thường được coi là một lãnh thổ ưu tiên "cánh mày râu".

Ingrid Daubechies sinh ngày 17/8/1954 tại Bỉ, trong một gia đình trí thức. Bố của bà là một kỹ sư mỏ. Năm 1975 Ingrid Daubechies tốt nghiệp ngành vật lý tại Đại học Brussel. Sau đó bà nhận học vị thạc sĩ (1977), rồi tiến sĩ về vật lý lý thuyết (1980) và trở thành nghiên cứu viên về vật lý cũng tại Đại học Brussel.

Năm 1985, Ingrid Daubechies gặp Robert Calderbank, một đồng nghiệp làm việc tại AT&T Bell Laboratories, New Jersey, Mỹ, trong lần ông đến làm việc 3 tháng tại Đại học Brussel. Hai người yêu nhau và năm 1987 họ tổ chức đám cưới. Sau khi lập gia đình, Ingrid Daubechies theo chồng chuyển công tác về AT&T Bell Laboratories, New Jersey. Đây cũng là một bước ngoặt trong cuộc đời hoạt động khoa học của bà. Tại AT&T Bell Laboratories, bà có nhiều điều kiện thuận lợi để phát triển tài năng, được trực tiếp nghiên cứu và giải quyết thành công các vấn đề của công nghệ cao. Bà trở thành một ủy viên của Hội đồng Kỹ thuật của AT&T Bell, được đến tu nghiệp 6 tháng tại Đại học Michigan và 2 năm (1991-1993) tại Đại học Rutgers.

Cũng trong năm 1987, bà đã có một phát minh nổi tiếng, đó là xây dựng được các sóng nhỏ liên tục có giá compact. Ngày nay tên tuổi Ingrid Daubechies đã gắn liền với các khái niệm quen thuộc của lý thuyết các sóng nhỏ như: sóng nhỏ Daubechies trực giao (orthogonal Daubechies wavelet), sóng nhỏ CDF song trực giao (biorthogonal CDF wavelet). Các sóng nhỏ này được dùng để nén ảnh trong công nghệ thông tin.

Ingrid Daubechies đã có các nghiên cứu cơ bản về các sóng nhỏ và đã có công biến các phương pháp sóng nhỏ từ một công cụ của các ngành khoa học cơ bản trở thành một phương pháp toán học có ứng dụng trong thực tiễn của công nghệ cao. Hiện nay bà đang áp dụng các phương pháp và kỹ thuật của lý thuyết các sóng nhỏ vào một lĩnh vực mới là Lý thuyết Học (Learning Theory). Mặc dù đối tượng nghiên cứu của bà là những vấn đề về vật lý kỹ thuật nhưng những kết quả khoa học thu được trong các công trình của bà lại là những đóng góp quan trọng trong toán học.

Trong cuộc đời làm khoa học của mình, Ingrid Daubechies đã được trao tặng nhiều giải thưởng cao quý, trong đó có nhiều giải thưởng về toán học. Có thể kể đến các giải thưởng sau đây.

Năm 1993: được bầu vào Viện Hàn lâm Nghệ thuật và Khoa học của Mỹ.

Năm 1994: Giải thưởng Steele của Hội Toán học Mỹ dành cho quyển sách toán hay nhất (quyển "Ten Lectures on Wavelets"). Cùng năm, bà đọc báo cáo mời toàn thể tại Đại hội Toán học Thế giới ở Zürich, Thụy Sỹ.

Năm 1997: được bầu vào Viện Hàn lâm Khoa học Quốc gia của Mỹ (NAS).

Năm 2000, Ingrid Daubechies là người phụ nữ đầu tiên được nhận giải thưởng của Viện Hàn lâm Khoa học Quốc gia của Mỹ về toán học.

Tháng 7/2006: cùng Heinz W. Engl nhận chung Giải thưởng Pioneer của Hội Toán học Ứng dụng và Công nghiệp Thế giới.

Từ 1993: trở thành nữ giáo sư (full professor) đầu tiên tại Đại học Princeton.

Thay lời kết. Các nhà toán học nam giới xưa nay vẫn thường "galăng" ví mỗi nhà toán học nữ là một bông hoa đẹp trong vườn hoa toán học. Bà tân chủ tịch LĐTHTG Ingrid Daubechies quả là một bông hoa vừa đẹp, vừa quý lại vừa hiếm trong vườn hoa toán học của chúng ta.

Tản mạn về "nghề làm toán"

Trò chuyện giữa GS. Hà Huy Khoái và GS. Ngô Bảo Châu

GS. Ngô Bảo Châu (NBC): Tỉ lệ nhà toán học trên đầu người có lẽ không ở đâu bằng gia đình chú Khoái. Chú Hà Huy Hân là giáo viên toán, chú Hà Huy Vui là một nhà toán học Việt Nam hàng đầu trong chuyên ngành kỳ dị. Thế hệ sau còn có Hà Huy Tài, Hà Minh Lam và Hà Huy Thái. Đây là một điển hình về truyền thống gia đình hay là một sự ngẫu nhiên tai quái?

GS. Hà Huy Khoái (HHK): Có thể gia đình chú không có "tỷ lệ trên đầu người làm toán cao nhất Việt Nam" (cũng có một số gia đình tương tự, như gia đình các giáo sư Phan Đình Diệu, Nguyễn Minh Chương,...). Tuy nhiên, chú bỏ qua việc cạnh tranh cái "kỷ lục" này, để trả lời câu hỏi tiếp theo. Đây đúng là một phần của truyền thống gia đình, một phần là kết quả của một sự TẤT NHIÊN tai quái (không phải "ngẫu nhiên", nhưng vẫn là "tai quái")! Truyền thống, vì cho đến những đời còn ghi lại được trong gia phả (cũng nhiều thế kỷ rồi), thì hình như các cụ kỵ của chú chỉ biết mỗi nghề ... đi học! Có một số cụ đỗ đạt, nhưng có "làm quan" thì cũng chỉ trông coi việc học, như là Huấn đạo, Đốc học. Thành ra đến đời chú cũng chỉ biết tìm nghề học mà thôi. Vấn đề còn lại chỉ là: học cái gì? Ở phổ thông, chú thích học tất cả các môn: Văn, Toán, Sử, Địa,..., có lẽ chỉ trừ môn Thể dục! Thích nhất là Văn, Sử. Thời đó thì Toán có gì để thích đâu: không học thêm, không sách tham khảo, chỉ có sách giáo khoa thôi, mà hình như giáo khoa thời đó cũng dễ hơn bây giờ. Cho nên Toán chỉ được thích vì dễ! Có thể đó cũng là cái may lớn, vì chưa sợ Toán khi học phổ thông, nên sau này vui vẻ đi theo nghiệp Toán! Còn cái sự tất nhiên tai quái nào dẫn chú đến Toán, mà không phải Văn, thì là vì thời chú học phổ thông cấp 2, 3 (1958-1963) là thời mà sự kiện "nhóm Nhân văn - Giai phẩm" còn ồn ào lắm. Ông cụ thân sinh của chú, là một nhà giáo, khuyên các con theo nghề Toán, vì chắc chắn tránh được những nhóm tương tự! Còn thế hệ tiếp theo (Tài, Lam, Thái) thì có thể là do "quán tính"!

Tuy vậy, nếu bây giờ cho chọn lại, chắc chú vẫn chọn nghề Toán!

NBC: Chú Khoái đã có thời gian được làm việc trực tiếp với GS. Lê Văn Thiêm. Chú có chia sẻ những ký ức của chú về GS. Lê Văn Thiêm không? Giáo sư Thiêm đã có ảnh hưởng như thế nào đến sự nghiệp toán học của chú Khoái?

HHK: Có hai người thầy ảnh hưởng nhiều nhất đến chú, không chỉ trong khoa học mà cả trong cách nhìn nhận cuộc sống là Giáo sư Lê Văn Thiêm và Giáo sư Manin. GS. Lê Văn Thiêm, như chú đã từng viết trong một bài giới thiệu về ông, "thuộc vào số những con người không lặp lại của lịch sử". Không lặp lại, vì những người hoàn toàn trong sáng như ông thường chỉ xuất hiện trong buổi đầu của mỗi giai đoạn lịch sử, khi niềm say mê lý tưởng giúp họ quên đi những toan tính cá nhân. Giáo sư Lê Văn Thiêm trong sáng và ngây thơ đến mức tin rằng mọi người cũng trong sáng như ông (cả khi lịch sử không còn ở giai đoạn đầu!). Khi ông là Viện trưởng Viện Toán học, đã nhiều lần vì không đủ thời gian chờ, ông ký tên vào tờ giấy trắng để sau đó nhân viên điền vào những gì họ cần "xin". Điều đó không để lại hậu quả nào cho ông khi làm việc ở Viện, nhưng chú nghe nói trước đó, thời còn là Hiệu phó Đại học Tổng hợp, ông đã bị một số người lợi dụng sự cả tin như vậy và đưa đến khá nhiều điều phiền toái cho ông. Vậy mà ông vẫn không hề "rút kinh nghiệm". Cho đến tận cuối đời, ông vẫn giữ được nụ cười hồn nhiên như trẻ thơ.

GS. Ngô Bảo Châu và GS. Hà Huy Khoái

Về khoa học thì chú nghĩ đóng góp tốt nhất của chú là xây dựng "lý thuyết Nevanlinna p-adic". Chú học được "lý thuyết Nevanlinna" từ GS. Lê Văn Thiêm, một trong những người có đóng góp lớn vào lý thuyết đó. Khi đi làm nghiên cứu sinh với Manin, chú học được về "p-adic". Ghép hai chữ học được ở hai thầy lại thành chữ của mình!

NBC: Chú đã sống với toán học và khoa học Việt Nam qua những thời kỳ rất khác nhau. Thời kỳ trước thống nhất đất nước, thời kỳ từ 75 đến khi bức tường Berlin sụp đổ, thời kỳ từ 1990 đến nay. Liệu chú có thể chia sẻ những suy nghĩ của mình về những sự biến đổi của khoa học Việt Nam trong từng thời kỳ này không?

HHK: Câu hỏi lớn quá, và ngẫu nhiên trùng với một ý định từ lâu của chú là viết một cuốn "Hồi ký toán học". Nói là "hồi ký" có thể không đúng lắm, nhưng là chú muốn viết về những điều "mắt thấy, tai nghe, đầu nghĩ" của mình về cái giai đoạn đầy biến động đó, mà chú may mắn (có thật là may không?) được chứng kiến. Không hiểu rồi cái "hồi ký" mà chú dự định có thể hoàn thành được không, nhưng nếu cần có câu trả lời (dù nhỏ) cho câu hỏi lớn của cháu, thì chú nghĩ có thể là thế này.

Trong biến động nào cũng có hai phần: tinh thần và vật chất, dĩ nhiên là không độc lập với nhau. Trước 1975, hầu như cả dân tộc Việt Nam sống bằng niềm tin vào ngày thống nhất đất nước. Niềm tin đó giúp người ta vượt qua mọi khó khăn về vật chất. Khoa học Việt Nam, toán học Việt Nam cũng không nằm ngoài không khí chung đó. Khổ, nhưng thấy học toán, làm toán là một niềm vui lớn. Đặc biệt, những năm đầu tiên bước vào ngành toán chính là những năm để lại nhiều ấn tượng nhất trong cuộc đời làm toán của chú, khi được cùng GS. Lê Văn Thiêm và mấy người đàn anh áp dụng phương pháp nổ mìn định hướng vào việc nạo vét Kênh nhà Lê phục vụ giao thông thời chiến. Trong chiến tranh, hình như con người lại "lãng mạn" hơn trong thời bình. Lãng mạn, vì ít tính toán hơn. Cũng có thể không có gì để tính toán. Mà lãng mạn thực sự là điều cần cho những ai đi vào toán học, vì nghề làm toán lại là nghề khó "tính" trước nhất! Có ai dám chắc mình sẽ được kết quả gì trong tương lai.

Thời kỳ đầu sau 1975 là thời mà toán học Việt Nam có nhiều điều kiện thuận lợi để phát triển. Rất nhiều người được cử đi học tập ở nước ngoài, kể cả ở các nước phương Tây. Nhưng rồi những thuận lợi đó nhanh chóng qua đi, khi vào khoảng 1985 kinh tế Việt Nam bộc lộ những khủng hoảng trầm trọng của cái thời mà ta gọi là "tập trung, quan liêu, bao cấp". Không thể sống bằng nghề làm toán với đồng lương ít ỏi, một số phải đi dạy học ở châu Phi, số khác tìm những nghề "tay trái" (nhưng thu nhập hơn nhiều lần "tay phải"), một số khác may mắn hơn thì tìm kiếm được những học bổng để đi nước ngoài. Ngành toán Việt Nam vượt qua được giai đoạn gay go đó trước hết nhờ vẫn còn có những người chịu "sinh nghề, tử nghiệp" với toán, và cả những người "may mắn" nhận được học bổng nước ngoài để sống và tiếp tục làm toán.

Sau 1990, Việt Nam bước vào thời kỳ đổi mới. Toán học Việt Nam cũng đứng trước thách thức hoàn toàn mới. Có lẽ lần đầu tiên, những người làm toán ở Việt Nam phải tự đặt câu hỏi: tại sao lại làm toán, mà không làm nghề khác (có thể kiếm nhiều tiền hơn)? Cái thời mà làm việc gì cũng nghèo như nhau, thì ai thích toán cứ làm toán. Bây giờ, thích toán nhưng cần tiền, có làm toán nữa không? Cái chất "lãng mạn" mà toán học rất cần đã không còn, hay là còn rất ít đất sống. Ông Frédéric Phạm đã từng đặt câu hỏi "Y-aura-t-il toujours des mathematiciens au Vietnam l'an 2000" (Gazete de mathematiques, vol. 64, pp. 61-63, 1995). Nhưng toán học Việt Nam, năm 2000, vẫn tồn tại qua thời khủng hoảng. Có thể là do kinh tế Việt Nam cũng đã bước qua khủng hoảng. Cũng có thể do những ai đã chọn toán làm nghề nghiệp của mình thì cũng không đòi hỏi quá nhiều về vật chất, nên họ dễ tự bằng lòng với cuộc sống không cần quá nhiều tiền của mình! Có ai đó nói :"Không nên lãng mạn hóa cái nghèo", đúng lắm, nhưng cũng đừng để cái nghèo giết chết lãng mạn. Không còn lãng mạn sẽ không còn âm nhạc, thơ ca, không còn toán học.

NBC: Chú nghĩ như thế nào về tương lai của toán học Việt Nam?

HHK: Cháu hỏi chú nghĩ gì về tương lai? Để tồn tại, có lẽ toán học Việt Nam đã qua cái thời khó khăn nhất. Còn để phát triển lên một bước mới: chắc vẫn đang ở thời kỳ khó khăn nhất. Xã hội Việt Nam đang trong cái thời kỳ đầu của "kinh tế thị trường", cái thời mà chuẩn mực của sự "thành đạt" nhiều khi được đo bằng tiền. Mà tiền chính là cái các nhà toán học có ít nhất! Vậy nên, chỉ những người có quan niệm khác về "thành đạt" mới có thể chọn toán làm nghề nghiệp của mình. Về tương lai của toán học Việt Nam, chú trông chờ hai điều: 1/ Nền kinh tế Việt Nam sẽ phát triển để đến khi các nhà doanh nghiệp Việt Nam không còn tự hài lòng với việc giàu lên do làm người bán hàng cho nước ngoài, hoặc người bán nguyên liệu của nước mình cho nước ngoài. Đến khi họ không muốn và không thể tiếp tục làm giàu theo cách đó, họ sẽ cần đến khoa học công nghệ. Khi đó, khoa học cơ bản, toán học sẽ có tiếng nói của mình. 2/ Các nhà lãnh đạo thấy rõ đầu tư cho khoa học cơ bản - cũng có thể xem là một phần của việc đầu tư cho giáo dục - là việc làm lâu dài, bảo đảm cho sự phát triển bền vững, là việc của Nhà nước. Nói cách khác, những nhà lãnh đạo cũng cần phải "lãng mạn", để nhìn được tương lai xa hơn những lợi ích trước mắt có thể "cân đo đong đếm" dễ dàng.

NBC: Cháu cũng thấy thật đáng sợ khi người ta lấy đồng tiền làm thước đo cho mọi thứ. Trong cuộc sống, mình vẫn phải tính toán thiệt hơn, nhưng không thể đem cái tính toán thiệt hơn ra làm nền tảng xã hội. Dù sao cháu vẫn tin đến lúc nào đó thì chúng ta sẽ tỉnh lại, vì cái căn của con người Việt Nam vẫn là sự tử tế.

HHK: Người làm toán bao giờ cũng gặp mâu thuẫn giữa ý muốn làm được cái gì thật hay với việc phải "sản xuất đều đều công trình" (nhất là khi phải xin tài trợ). Theo cháu làm thế nào để sống yên ổn cùng một lúc với hai ý muốn đó?

NBC: Theo cháu, mỗi người làm toán nên giữ riêng cho mình một câu hỏi lớn. Có thể không trả lời được ngay, có thể sẽ không trả lời được trong phạm vi hữu hạn của cuộc sống mình có. Nhưng nó sẽ là một cái đích để mọi việc mình làm trở nên logic chứ không ngẫu nhiên và không bị chi phối bởi những gì ầm ĩ nhất thời. Ngược lại, trong mỗi việc cụ thể mình làm thì lại không nên câu nệ xem đây là bài toán to hay nhỏ, mà bản thân mình thấy hay là được. Có điều mình phải luôn tự nhủ phải trung thực với bản thân. Chú có biết cái câu thơ này của ông Bảo Sinh không:

Tự do là sướng nhất đời
Tự lừa còn sướng bằng mười tự do.

HHK: Chú không biết câu thơ này. Nghe cũng có vẻ A.Q. lắm! Nhưng ở đời, "chỉ số A.Q" có lẽ dự đoán mức độ thành công tốt hơn là chỉ số I.Q. Bởi vì "thành công" của mỗi con người chủ yếu phụ thuộc vào quan niệm của chính họ.

HHK: Chú thấy cháu đọc nhiều, không chỉ có toán mà cả văn học, triết học. Tất nhiên điều đó trước hết là để thỏa mãn ý thích ham hiểu biết, nhưng liệu điều đó có giúp ích (hay làm hại - do mất thời gian) cho nghề toán của cháu không?

NBC: Đúng là cháu thích đọc sách lắm, nhiều khi đọc đủ thứ bà rằn. Ngay cả trong toán, cháu cũng đọc nhiều sách không liên quan gì đến công việc nghiên cứu nhất thời. Theo cháu cuộc sống có nhiều giai đoạn. Có lúc mình phải tập trung toàn tâm toàn ý vào bài toán mình đang làm. Những lúc đó thì hầu như cháu không sờ vào sách, mà chỉ dùng đến tạp chí chuyên môn, tìm những thông tin thiết thực nhất cho cái mình đang làm.

Lúc làm xong một bài toán rồi thì lại phải quay lại xem có cái gì mình chưa biết để đi đến cái câu hỏi lớn kia. Lúc đó mình lại phải quay lại học những cái kiến thức cơ bản nhất. Cháu thấy nhiều khi học lại, học thêm những cái cơ bản nhất, những vùng đã được nhân loại chinh phục, vẫn có thể đem lại niềm vui không kém so với việc tìm tòi ở ranh giới của cái chưa biết. Cháu nghĩ chỉ có thế mới có thể đổi mới một cách cơ bản công việc nghiên cứu của mình.

Tất nhiên có một cái hại là số lượng bài báo sản xuất được sẽ giảm đáng kể. Nói cho cùng thì cũng không cần sản xuất nhiều lắm chú Khoái nhỉ. Có một số bài báo cháu viết ra mà sau đó cháu thấy tiếc. Đáng ra không nên viết nó ra thì hơn, hoặc ít nhất là không nên in.

Cháu thấy đọc Văn, đọc Triết giúp mình nhiều lắm. Chẳng hạn như nó giúp mình "không bị chi phối bởi những gì ầm ĩ nhất thời". Nó dạy mình sống trung thực với bản thân mình hơn, hoặc ít nhất có "tự lừa" thì cũng sớm tỉnh ngộ. Nó giúp mình sống thanh thản, không đòi hỏi quá nhiều ở người khác, không đòi hỏi quá nhiều ở cuộc sống.

HHK: Người làm toán nào cũng ít nhiều thích “nổi tiếng”, nhưng khi quá nổi tiếng (chẳng hạn được giải thưởng Fields) thì hình như sự nổi tiếng lại thành gánh nặng. Cháu có lời khuyên thế nào với các bạn trẻ?

NBC: Cháu nghĩ ai cũng cần sự công nhận, sự tôn trọng từ những người khác. Trường hợp ông Perelman là rất ngoại lệ. Còn sự nổi tiếng theo kiểu tài tử xi nê thì thực ra rất là bất tiện. Chỉ có điều trong trường hợp của cháu, mình không có cách nào khác ngoài chấp nhận nó, rồi cố gắng hướng nó vào những việc có ý nghĩa.

NBC: Cháu cảm thấy gần đây có một sự căng thẳng của một số nhà khoa học "trẻ" đối với các nhà khoa học "già". Chú suy nghĩ gì về hiện tượng này?

HHK: Chú là một “nhà toán học già”, nhưng không cảm thấy rõ lắm sự căng thẳng đó. Nhưng chắc chắn nó tồn tại. Mỗi thế hệ, thậm chí mỗi người, đều có cái thước đo của riêng mình. Người già có cái thước già, người trẻ có cái thước trẻ. Có cái thước nhiều chiều, cũng có những cái thước “cực đoan” chỉ có một-hai chiều thôi. Mà mỗi con người, mỗi sự việc của cuộc sống đều nhiều chiều lắm. Đem cái thước ít chiều của mình ra đo thiên hạ rồi khen chê, làm sao tránh được “căng thẳng”. Có những người ít thấy căng thẳng hơn, là vì họ biết :”Kẻ nào khen ta là bạn ta, kẻ nào chê ta là thầy ta, kẻ nào nịnh ta thì đúng là thù của ta vậy”. Nhưng thời nay hình như số người thích làm “thầy” người khác hơi nhiều, mà số ngược lại thì ít. Có thể con người ngày nay “tự tin” hơn chăng? Tuy vậy, trong cộng đồng toán học Việt Nam, chú nghĩ quan hệ giữa hai thế hệ “trẻ-già”chưa có gì phải lo ngại.

NBC: Hiện tượng cháu nhắc đến ít ảnh hưởng đến cộng đồng toán học, có lẽ giá trị trong toán học dễ cảm nhận hơn ở các ngành khác. Người ta dễ nhận thức chính xác hơn về giá trị của mình và giá trị của người khác. Ở các chỗ khác, một số bạn trẻ lẫn lộn giữa phong cách khoa học và giá trị khoa học, cho nên khi so sánh các nhà khoa học "già" xa lạ với phong cách làm việc Âu-Mỹ, thì mặc nhiên đánh giá họ thấp đi và tự đánh giá mình cao quá. Một mặt khác, sự chênh lệch về mức sống trở nên quá lớn và điều kiện sống của nhà khoa học trẻ ở Việt Nam là thực sự khó khăn. Những mâu thuẫn kiểu này có lẽ lúc nào cũng có, và theo cụ Marx thì nó là động cơ cho sự vận động của xã hội. Chỉ có điều mình phải để ý để nó vận động theo chiều hướng tích cực.

HHK: Khi tiếp xúc với những nhà toán học nước ngoài, chú có cảm giác nói chung họ biết nhiều hơn (về những thứ "không toán", hay có thể gọi chung là "văn hóa") so với những người làm toán ở nước ta. Cháu có thấy thế không? Có thể giải thích thế nào về hiện tượng này, và nó ảnh hưởng thế nào đến chính việc làm toán của "họ" và "ta"?

NBC: Cháu lại thấy các nhà khoa học phương tây hay thắc mắc làm sao mà người phương đông, không chỉ riêng các nhà khoa học, ai cũng là triết gia. Có thể là cái phông văn hóa phương đông và phương tây rất khác nhau, nên ai cũng thấy người kia biết những thứ mà mình mù tịt. Nhưng đúng là cái phông văn hóa có chi phối hoạt động khoa học. Ở phương đông cháu thấy người ta thích cái kiểu tầm chương trích cú quá.

Có một cái các nhà khoa học phương tây, tính cả Ấn độ, hiểu biết hơn hẳn đó là âm nhạc, nói rộng ra là khả năng cảm thụ thẩm mỹ. Theo cháu cái khả năng này là một phẩm chất không thể thiếu của người làm toán.

NBC: Là một người gắn bó với khoa học Việt Nam gần như từ lúc khai sinh, chú Khoái có thể nói một vài lời cho những bạn trẻ đang chuẩn bị dấn thân vào con đường khoa học không?

HHK: Chú không thích lắm cái chữ "dấn thân". Nó làm cho người đi vào khoa học có vẻ như ra chiến trường, có vẻ như sẵn sàng hy sinh vì người khác. Thực ra đi vào khoa học cũng không phải "hy sinh" cái gì hết. Ta làm khoa học vì ta thích hiểu biết, thích sáng tạo. Làm khoa học thì được đọc nhiều, tức là được thụ hưởng hơn người khác cái kho tàng tri thức vô giá của nhân loại. Mà đã thụ hưởng thì có nghĩa vụ đền đáp, tức là phải cố gắng góp được cái gì đó, dù nhỏ. Cuộc sống bao giờ cũng sòng phẳng. Nếu mình đã được làm cái mình thích thì cũng không nên đòi hỏi cuộc đời cho lại đầy đủ mọi thứ như người khác. Thích hiểu biết (thực chất cũng là một thứ hưởng thụ) mà lại vẫn mong có rất nhiều tiền; thích tự do làm cái mình muốn mà vẫn mong có nhiều quyền; thích được yên tĩnh để đắm mình vào suy tư riêng mà vẫn mong cái sự nổi tiếng - đó là những mâu thuẫn mà nếu không nhận thức ra thì cứ tưởng mình đang phải hy sinh, đang "dấn thân"! Làm khoa học cũng là một nghề, như mọi nghề khác. Nếu thích giàu thì nên đi buôn, thích quyền thì nên đi làm chính trị, thích hiểu biết, thích tự do thì nên đi vào khoa học. Nghề nào cũng có cái "được" và "mất". Quan trọng nhất là hiểu cho được mình thực sự cần cái gì. Điều này không dễ, nhất là khi người ta còn trẻ.

Bởi vậy, nếu định chọn con đường khoa học thì nên tự hỏi: có phải cái mà mình mong muốn nhất là tri thức và tự do không?

HHK: Trong cuộc đời, ai cũng có thể mắc sai lầm. Theo cháu, bao giờ thì một người cần nhận ra rằng mình đã sai lầm khi chọn nghề Toán, và nên đổi sang nghề khác?

NBC: Cháu thấy có nhiều lý do khiến người ta có thể từ bỏ nghề Toán và chọn một nghề khác. Trong trường hợp không nhìn thấy triển vọng nào để nghề Toán tạo cho gia đình mình một cuộc sống tạm gọi là tươm tất, thì Toán không còn là nghề nữa mà là một dạng nghệ thuật để theo đuổi. Để theo đuổi một nghệ thuật thì cần một tình yêu mãnh liệt lắm. Đấy là nghĩa của từ dấn thân mà cháu sử dụng.

Nhưng đo độ mãnh liệt của tình yêu thì không dễ.

Để làm toán, người ta chỉ sử dụng một số khá hạn chế khả năng của con người, nhưng lại sử dụng chúng một cách tối đa. Khi nhận ra rằng mình thiếu một số khả năng để làm nàng Toán hoan hỉ, mà lại thừa những khả năng mà nàng ta lờ đi, thì có khi cũng nên tìm một nghề khác với nghề nghiên cứu toán. Yêu đơn phương lâu dài thì mệt lắm.

Bài giảng đầu tiên tại Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán

Trần Văn Nhung (Tổng thư ký Hội đồng Chức danh giáo sư nhà nước)

Tặng GS. Ngô Bảo Châu khi anh bước sang tuổi 40

9 giờ sáng ngày 23/6/2011, tại trụ sở của Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán (Viện NCCCT, tên tiếng Anh : Vietnam Institute for Advanced Studies in Mathematics, VIASM), ở Tòa nhà Thư viện Tạ Quang Bửu, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, GS. TSKH. Ngô Bảo Châu, người vừa được tặng Giải thưởng Fields cao quý đã có bài giảng đầu tiên để bắt đầu một chuỗi các hoạt động khoa học khai trương Viện này.

1. XÂY DỰNG VIỆN NCCCT VÀ CHƯƠNG TRÌNH PHÁT TRIỂN TOÁN HỌC.

Như chúng ta đã biết, sau thành tựu toán học xuất sắc của GS. Ngô Bảo Châu, được sự quan tâm của Đảng và Nhà nước, mà trực tiếp là Thủ tướng Nguyễn Tấn Dũng và Phó thủ tướng, GS. TS. Nguyễn Thiện Nhân, Chính phủ đã ra quyết định thành lập Viện NCCCT và phê duyệt Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển toán học giai đoạn 2010-2020 (gọi tắt là Chương trình). Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo, GS. TS. Phạm Vũ Luận, cũng đã ký Quyết định bổ nhiệm GS. TSKH. Ngô Bảo Châu làm Giám đốc khoa học, GS. TSKH. Lê Tuấn Hoa làm Giám đốc điều hành của Viện và GS. TSKH. Bùi Văn Ga, Thứ trưởng Bộ GD-ĐT, làm Trưởng Ban Điều hành và GS. TSKH. Trần Văn Nhung, Tổng thư ký Hội đồng Chức danh giáo sư nhà nước, làm Phó trưởng Ban Điều hành Chương trình. Sau bài giảng đầu tiên, GS. Ngô Bảo Châu, GS. Lê Tuấn Hoa, GS. Ngô Việt Trung đã được GS. PTTg. Nguyễn Thiện Nhân, GS. BT. Phạm Vũ Luận và GS. TTr. Bùi Văn Ga tiếp thân mật và trao đổi về công việc và những khó khăn cụ thể để Chính phủ và các bộ, ngành, trong đó có Bộ GD-ĐT, hỗ trợ Viện sớm đưa các hoạt động khoa học vào nề nếp. Nghe tin Việt Nam đã thành lập Viện NCCCT, một số nhà khoa học từ nhiều nước, có cả những nhà toán học đã từng nhận Giải thưởng Fields, đã chúc mừng chúng ta và nhận lời mời của GS. Ngô Bảo Châu sang thăm, giảng bài và hợp tác nghiên cứu toán học tại Viện, khi điều kiện làm việc và cơ sở vật chất ở đây tạm hoàn thiện.

GS. Ngô Bảo Châu sẽ làm việc ba tháng hè này tại Việt Nam. Trước khi đến làm việc và giảng bài tại Viện NCCCT, GS. Châu đã dâng hương, hoa trước tượng của GS. Tạ Quang Bửu (1910-1986) để tưởng nhớ đến cố Bộ trưởng Bộ Đại học và Trung học chuyên nghiệp, người đã có công xây dựng và phát triển nền giáo dục đại học, khoa học, nói riêng là Toán học và đào tạo nhân tài cho đất nước, cùng với những nhà toán học lão thành xuất sắc khác, như các giáo sư Lê Văn Thiêm, Hoàng Tụy, Nguyễn Cảnh Toàn, Phan Đình Diệu, Nguyễn Thúc Hào,...

GS. Ngô Bảo Châu nguyên là học sinh Khối chuyên Toán A0 khóa XXII của Trường ĐH Tổng hợp Hà Nội, mà sự ra đời của hệ này do đề xuất của GS. Hoàng Tụy và được sự ủng hộ của các giáo sư nói trên. Thật là có ý nghĩa khi nhớ lại: từ năm 1967 đã có những nhà toán học hàng đầu thế giới sau khi nhận Giải thưởng Fields, như GS. A. Grothendieck (Pháp), GS. L. Schwartz (Pháp), GS. A. Hironaka (Nhật Bản),..., sang thăm và giảng bài tại Việt Nam. Năm 1974 (khi ấy GS. Châu mới 2 tuổi), GS. Tạ Quang Bửu đã mời một số nhà toán học giỏi người Pháp và người Việt Nam ở Pháp, như GS. B. Malgrange, GS. F. Phạm, GS. Lê Dũng Tráng và GS. A. Chenciner, sang Việt Nam để tổ chức một chuỗi bài giảng về Lý thuyết các kỳ dị, cũng tại Đại học Bách khoa Hà Nội. Khi đó lý thuyết này còn rất mới mẻ trên thế giới nhưng đã hứa hẹn nhiều ứng dụng quan trọng. Nhờ vậy mà đến nay Việt Nam đã hình thành được một nhóm nghiên cứu mạnh trong lĩnh vực này.

Khác với năm 1974, lần này ta đã có hẳn một viện để tổ chức các bài giảng một cách bài bản và giảng viên là GS. Ngô Bảo Châu và các nhà toán học xuất sắc đang ở trong nước hay ngoài nước, 100% là người Việt Nam. Tất nhiên nay mai sẽ có thêm những bài giảng của các nhà khoa học hàng đầu thế giới và sự tham gia của các thính giả quốc tế nữa. Chỉ qua ví dụ so sánh đơn giản này, chúng ta đã có thể thấy một bước tiến đáng trân trọng của nền toán học nước nhà. Càng tự hào bao nhiêu chúng ta càng nhớ đến công lao to lớn của các bậc thầy đi trước bấy nhiêu, những nhà toán học đã có tầm nhìn chiến lược tạo nên đội ngũ hôm nay những người Việt Nam giảng dạy, nghiên cứu và ứng dụng toán học ở trong và ngoài nước. Đồng thời chúng ta cũng luôn ghi nhớ sự giúp đỡ và hợp tác của bạn bè, đồng nghiệp quốc tế.

2. GIẢNG TOÁN HẤP DẪN NHƯ KỂ CHUYỆN.

Trước đây tôi chưa bao giờ dám nghĩ đến sẽ có một ngày mà người được mời về giảng bài tại Việt Nam, sau khi nhận Giải thưởng Fields hoặc Nobel, lại chính là một người Việt Nam, nói tiếng Việt! Tôi đã cùng các thính giả khác nghe từ đầu đến cuối hơn hai giờ bài giảng đầu tiên tại Viện NCCCT của GS. Ngô Bảo Châu trong chuỗi bài giảng của anh về các dạng tự đẳng cấu và các dạng modular (automorphic and modular forms). Thật xúc động và tự hào khi lần đầu tiên chúng tôi được nghe một bài giảng trực tiếp bằng tiếng Việt giọng Hà Nội thứ thiệt, không cần ai phiên dịch, mà giảng viên lại là người vừa được trao Giải thưởng Fields cao quý nhất về Toán học trên thế giới.

GS. Ngô Bảo Châu giảng bài trong một căn phòng khá rộng và lịch sự. 45 thính giả tóc bạc có, hoa râm có, đen có, ngồi chật kín, chăm chú lắng nghe. Mọi người đều biết đây là một cơ hội quý và hiếm có nên phải tận dụng, được nghe một bài giảng ở tầm cao, chiều sâu và tổng hợp như vậy sẽ rất bổ ích cho bất kỳ ai, dù người đó muốn có cái nhìn tổng quan hay muốn tìm vấn đề cụ thể để đi sâu nghiên cứu. GS. Châu thông báo: Sau khi kết thúc, loạt bài giảng của mình và các đồng nghiệp sẽ được tập hợp và biên tập lại thành tập bài giảng của Viện bằng tiếng anh (Lecture Notes Series of VIASM).

Tôi để ý theo dõi cách GS. Châu giảng bài. Anh nói hoàn toàn bằng tiếng Việt, không lai từ Tây, vừa nói vừa dùng phấn viết nhanh lên bảng bằng tiếng Anh rất chuẩn mực. Tôi lại rất thích kiểu "2 trong 1" này, vì ở dưới các thính giả toán học trẻ Việt Nam còn được học thêm từ vựng toán học bằng tiếng anh . Tất nhiên sau này khi có cả giảng viên và thính giả quốc tế đến Viện thì ngôn ngữ chính sẽ là tiếng Anh. Trong suốt bài giảng hơn hai giờ, GS. Châu không dùng powerpoint, vừa nói vừa viết một cách từ tốn, sinh động, hấp dẫn. Trong một bức thư điện tử trước lúc về Việt Nam lần này, anh viết một cách rất khiêm tốn: "Tôi đang dạy một chuyên đề về các dạng tự đẳng cấu ở Đại học Chicago nên đang còn nhớ nhiều chi tiết, có thể kể lại, sợ sang năm lại quên mất. Ngoài ra vì tôi cũng hiểu mỗi thứ một chút, nên sẽ chịu trách nhiệm tổ chức, giữ nhịp cho seminar".

Chỉ trong một khoảng thời gian hơn hai tiếng đồng hồ, nhưng với tầm hiểu biết sâu rộng và với tài thuyết giảng của mình, GS. Châu đã "kể" cho người nghe một câu chuyện toán học dài xuyên qua gần hai mươi thế kỷ, từ thế kỷ thứ III sau Công nguyên với các phương trình nghiệm nguyên cổ điển của Diophantine thành Alexandria, từ Bài toán lớn Phéc-ma được phát biểu năm 1637, cho đến những thành tựu toán học kiệt xuất của nhân loại trong thế kỷ XX, XXI, trong đó có những phần liên quan đến Chứng minh của anh cho Bổ đề cơ bản do R. Langlands phỏng đoán. Anh cũng đã "vẽ" ra một bức tranh toàn cảnh "nối những bến bờ xa lạ" trong toán học và vật lý lại với nhau, như phương trình Diophantine, lý thuyết số, biểu diễn Galois, biểu diễn các nhóm Lie, dạng modular và dạng tự đẳng cấu, đường cong elliptic, hình học, tô pô, vật lý, ... Nói là một bức tranh toàn cảnh vừa đúng theo cả nghĩa đen lẫn nghĩa bóng, vì anh đã để lại một bức tranh "ký họa" chiếm hết cả một cái bảng to, gồm nhiều lĩnh vực của toán học và vật lý được mô tả như những "hòn đảo cô lập", chúng được nối lại với nhau bởi các "nhịp cầu" nhằng nhịt. Mỗi "đảo", mỗi "cầu" đều có tên, có đảo hai ba tên (vì các lĩnh vực toán học giao thoa), có cầu hai ba bốn người cùng tham gia "bắc". Rồi còn chi tiết hơn nữa, nhịp cầu đó được bắc khi nào, trong bối cảnh nào. Và cuối cùng thì Bổ đề cơ bản nằm ở đâu trong bức tranh này? Nó liên quan đến nhiều đảo và cầu trong bức tranh, vì nó là cả một chương trình do R. Langlands đề xuất từ 30 năm trước.

Sáng 28/6/2011, đúng vào ngày sinh của mình, GS. NB. Châu đã tiếp tục giảng bài thứ hai tại Viện, với 50 thính giả tham dự, tức là nhiều hơn hôm đầu. Buổi chiều, GS. TSKH. Đỗ Ngọc Diệp giảng về biểu diễn các nhóm Lie. Sáng 30/6, GS. Châu giảng bài thứ ba cho 57 thính giả. Như vậy số người đến nghe GS. Châu giảng bài tăng dần, chứ không giảm dần. Điều này thường hiếm thấy đối với các bài giảng toán học.

Tới nghe các bài giảng của GS. Ngô Bảo Châu và sau này còn có thể phối hợp với GS. Châu giảng bài cho trường hè ba tháng này là các giáo sư toán học hàng đầu trong nước gần chuyên ngành và các nhà toán học trẻ của Việt Nam từ trong nước (có cả một số "bóng hồng toán học") và từ Pháp, Mỹ,... về, như các giáo sư Đoàn Quỳnh, Hà Huy Khoái, Ngô Việt Trung, Lê Tuấn Hoa, Nguyễn Hữu Việt Hưng, Nguyễn Tự Cường, Đỗ Ngọc Diệp, Đỗ Đức Thái, Nguyễn Quốc Thắng, Bùi Thế Tâm, Lê Hải Khôi, Phùng Hồ Hải, các tiến sỹ Nguyễn Chu Gia Vượng, Lê

Hùng Việt Bảo (ĐH Harvard, Mỹ), Ngô Đắc Tuấn (ĐH Paris 13), Bùi Việt Hùng, Lê Minh Hà, Phan Dương Hiệu (ĐH Paris 8-13), Ngô Quang Hưng (ĐH Suny Buffalo, Mỹ),... Trong số các thính giả đến nghe bài giảng có nhiều nhà toán học trẻ. Họ cũng đã từng được mời đi giảng bài và hợp tác nghiên cứu khoa học ở nhiều nước trên thế giới.

Trước khi kết thúc bài viết, tác giả xin chúc cho Viện NCCCT thành công tốt đẹp, góp phần phát triển toán học ở Việt Nam và xin chúc GS. Ngô Bảo Châu bước sang tuổi 40 khỏe mạnh, tiếp tục thành đạt và cống hiến nhiều hơn nữa cho Tổ quốc Việt Nam và thế giới!

Olympic Toán học Quốc tế lần thứ 52

Hà Huy Khoái (Viện Toán học)

Kỳ thi Olympic Toán học Quốc tế lần thứ 52 (IMO 2011) diễn ra tại Amsterdam, Hà Lan, từ ngày 12 đến 24/7/2011. Kỳ thi lần này có 101 nước và vùng lãnh thổ cử đội tuyển học sinh tham gia với 564 thí sinh và 2 nước tham gia với tư cách quan sát viên.

Đề thi gồm 6 bài thi, chia làm 2 ngày, mỗi ngày 3 bài thi làm trong 4 giờ 30 phút, với số điểm tối đa cho mỗi bài là 7.

Theo đánh giá chung, đề thi năm nay khá hay, đặc biệt là bài 2 (tổ hợp) và bài 6 (hình học). Trong buổi thảo luận về việc chọn đề, nhiều ý kiến cho rằng cần "chấm dứt mạch 18 năm liên tục có 2 bài hình trong đề thi" và đề nghị thay vào đó là 2 bài tổ hợp. Kết quả sau 6 vòng bỏ phiếu, "phái tổ hợp" chiến thắng "phái hình học" với tỷ số sát nút 48/47 (không kể phiếu trắng)! Như vậy cấu trúc đề thi năm nay như sau: trong 2 bài "dễ" (B1, B4) có 1 bài đại số-số học, 1 bài tổ hợp; trong 2 bài "trung bình" (B2, B5) có 1 bài tổ hợp, 1 bài số học; trong 2 bài khó (B3, B6) có một bài đại số, 1 bài hình học. Có thể thấy quy ước "dễ, trung bình, khó" như trên không phải chính xác với mọi thí sinh; chẳng hạn trên tổng số 42 điểm (6 người) cho mỗi bài, đoàn học sinh Việt Nam đạt 42 điểm cho bài 1; 01 điểm cho bài 2; 08 điểm cho bài 3; 29 điểm cho bài 4; 32 điểm cho bài 5 và 01 điểm cho bài 6.

Bài ra năm nay có nhiều chỗ khá tinh tế. Chẳng hạn bài 2, bài 3 và bài 6, mà nhiều bạn nhìn qua nghĩ là không khó. Tuy nhiên lời giải (của những bạn trong đội tuyển và của nhiều bạn khác đưa lên mạng) thường mắc sai lầm khi nhận định những trường hợp "tương tự", "dễ suy ra", mà không nhận thấy đó chính là những điểm tinh tế nhất của bài toán. Do đó điểm đạt được chỉ là 0-2. Bạn Nguyễn Văn Quý có lời giải khá độc đáo cho bài 3, tiếc rằng không kết thúc được!

Tuân thủ nguyên tắc 1/2 thí sinh được huy chương, trong đó tỷ lệ vàng/bạc/đồng là 1/2/3, căn cứ điểm của thí sinh, Ban Giám khảo đã quyết định trao huy chương đồng cho những người có tổng điểm từ 16 đến 22; huy chương bạc: tổng điểm từ 23-27; huy chương vàng: tổng điểm từ 28-42. Người duy nhất đạt điểm tuyệt đối 42/42 là Lisa Sauermann, CHLB Đức.

Sau đây là thành tích của Đội tuyển Việt Nam tại IMO 2011:

Họ và Tên	Điểm bài thi						Tổng điểm
	Bài 1	Bài 2	Bài 3	Bài 4	Bài 5	Bài 6	
Võ Văn Huy	7	0	1	7	2	0	17
Nguyễn Thành Khang	7	1	1	7	2	0	18
Lê Hữu Phước	7	0	0	7	7	0	21
Nguyễn Văn Quý	7	0	4	0	7	1	19
Nguyễn Văn Thế	7	0	2	1	7	0	17
Đỗ Kim Tuấn	7	0	0	7	7	0	21

Như vậy, cả sáu bạn trong đội tuyển Việt Nam đều được trao huy chương đồng.

Theo quy định, các kỳ IMO không tính "giải đồng đội", tuy nhiên nếu xếp theo tổng điểm thì thứ tự 10 đoàn đầu tiên sẽ là: 1-Trung Quốc, 2-Mỹ, 3-Singapore, 4-Nga, 5-Thái Lan, 6-Thổ Nhĩ Kỳ, 7-Triều Tiên, 8-Đài Loan, 8-Rumani, 10-Iran. Đoàn Việt Nam xếp thứ 31 trên tổng số 101 đoàn tham gia.

Vài nhận xét: 1/ Trong kỳ thi này có thể thấy sự tiến bộ vượt bậc của một số nước. Điển hình là Singapore (vị trí của Singapore trong 5 năm gần đây: 22 (2010); 30 (2009); 32 (2008); 36 (2007); 27 (2006). Đặc biệt, nếu như từ khi bắt đầu tham gia Olimpic (1988), họ mới đạt 01 huy chương vàng (1996), thì năm nay Singapore đạt 4 huy chương vàng, và trong số 10 thí sinh có điểm cao nhất, đoàn Singapore chiếm đến 3. Một số đoàn khác, như Thái Lan, Thổ Nhĩ Kỳ cũng giữ vững vị trí cao, nhiều nước ở châu Mỹ latin và châu Phi cũng cải thiện đáng kể trên bảng xếp hạng.

2/ Năm nay lần đầu tiên sau nhiều năm, đoàn Việt Nam không có huy chương vàng, thậm chí là huy chương bạc; đồng thời thứ tự cũng thấp nhất (31/101) trên bảng xếp hạng kể từ khi tham gia Olimpic.

Việc đội tuyển Việt Nam sẽ không còn mạnh như nhiều năm trước đây là điều đã được cảnh báo trong nhiều hội thảo của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Do nhiều nguyên nhân, học sinh ngày nay không còn mặn mà với các kỳ thi học sinh giỏi. Việc bỏ các kỳ thi học sinh giỏi cấp 2 cũng làm cho trình độ học sinh bị giảm sút. Nhiều kiến thức phải học rất vội vàng trong thời gian ngắn trước khi đi thi, và rất thiếu cơ bản. Mặt khác, nhiều nước ngày càng cải tiến quy trình tuyển chọn, bồi dưỡng nên đội tuyển của họ mạnh dần qua từng năm, và do đó đẩy lùi dần vị trí của đội tuyển Việt Nam! Nếu chúng ta không có những giải pháp hữu hiệu thì chắc chắn chúng ta ngày càng bị các đội khác bỏ xa. Việc đội tuyển Việt Nam gặp "bất lợi" do cấu trúc đề thi năm nay chỉ làm ta thấy rõ hơn và nhanh hơn xu hướng đó.

3/ Năm nay Ban Giám khảo dành đến ba buổi để thảo luận về việc thay đổi quy chế của kỳ thi, để đảm bảo đề thi được giữ bí mật tuyệt đối trong thời đại công nghệ thông tin hiện nay. Kết quả chỉ là: hoãn việc bỏ phiếu về những đề nghị thay đổi đến IMO 2012! Điều thỏa thuận duy nhất đạt được là: lập Ban kiểm tra với nhiệm vụ xem xét lại những bài thi có dấu hiệu "đáng ngờ" trong khoảng từ nay đến IMO 2012, và nếu thấy có điều gì bất thường sẽ trình lên Ban giám khảo IMO 2012. Việc này sẽ được tiến hành thường xuyên, cũng tương tự như "kiểm tra doping" của thể thao sau ngày kết thúc giải đấu.

IMO 2012 sẽ được tổ chức ở Argentina, IMO 2013 ở Columbia, IMO 2014 ở Nam Phi và IMO 2015 ở Thái Lan.

Đề thi:

Bài 1 (Mexico)**.** Cho một tập $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ gồm bốn số nguyên dương phân biệt, ta ký hiệu tổng $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ bởi s_A. Giả sử n_A là số các cặp (i, j) với $1 \leq i < j \leq 4$ sao cho $a_i + a_j$ chia hết s_A. Tìm tất cả các tập A mà n_A đạt được giá trị lớn nhất có thể.

Bài 2 (Anh)**.** Cho một tập hữu hạn S gồm ít nhất 2 điểm trên mặt phẳng. Giả sử không có 3 điểm nào của S thẳng hàng. Cối xay gió là một quá trình bắt đầu với một đường thẳng ℓ đi qua một điểm duy nhất $P \in S$. Đường thẳng quay theo chiều kim đồng hồ quanh P cho đến khi gặp một điểm khác $Q \in S$. Điểm Q lại được lấy làm tâm mới và đường thẳng tiếp tục quay quanh Q theo chiều kim đồng hồ đến khi gặp một điểm khác của S. Quá trình này lặp lại vô hạn lần. Chứng minh rằng ta có thể chọn một điểm $P \in S$ và đường thẳng đi qua P sao cho cối xay gió nhận mỗi điểm của S làm tâm quay vô hạn lần.

Bài 3 (Belarus)**.** Cho hàm số $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ thỏa mãn
$$f(x + y) \leq yf(x) + f(f(x)),$$
với mọi số thực x và y. Chứng minh rằng $f(x) = 0$ với mọi $x \leq 0$.

Bài 4 (Iran)**.** Giả sử $n > 0$ là một số nguyên. Cho một cái cân hai đĩa và n quả cân với trọng lượng là $2^0, 2^1, \ldots, 2^{n-1}$. Ta muốn đặt lên cái cân mỗi một trong n quả cân, lần lượt từng quả một, theo cách để bảo đảm đĩa cân bên phải không bao giờ nặng hơn đĩa cân bên trái. Ở mỗi bước ta chọn một trong các quả cân chưa được đặt lên cân, rồi đặt nó hoặc vào đĩa bên trái, hoặc vào đĩa bên phải, cho đến khi tất cả các quả cân đều đã được đặt lên cân. Xác định xem có bao nhiêu cách để thực hiện được mục đích đề ra.

Bài 5 (Iran)**.** Cho hàm $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}^*$. Giả sử rằng với hai số nguyên bất kì m, n, hiệu $f(m) - f(n)$ chia hết cho $f(m - n)$. Chứng minh rằng với mọi số nguyên m, n thỏa mãn $f(m) \leq f(n)$ thì $f(n)$ chia hết cho $f(m)$.

Bài 6 (Nhật Bản)**.** Cho tam giác nhọn ABC với đường tròn ngoại tiếp Γ. Gọi ℓ là một tiếp tuyến của Γ và ℓ_a, ℓ_b, ℓ_c là các đường thẳng đối xứng với ℓ qua các đường thẳng BC, CA, AB, tương ứng. Chứng tỏ rằng đường tròn ngoại tiếp của tam giác tạo bởi ℓ_a, ℓ_b, ℓ_c tiếp xúc với đường tròn Γ.

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "*Dành cho các bạn trẻ*" là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.*

Cộng tác thay vì Cạnh tranh[2]

Robbert Dijkgraaf
(Chủ tịch Viện hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Hoàng gia Hà Lan)

Thay mặt Ban Tổ chức và cộng đồng khoa học và toán học Hà Lan, tôi rất hân hạnh và vinh dự được chào mừng các bạn tham dự Olympic Toán học Quốc tế lần thứ 52.

Thật háo hức khi trong cùng một lúc lại có sự tập trung hiếm có như vậy các tài năng từ khắp nơi trên thế giới ở Amsterdam. Chúng tôi thậm chí lo lắng về một vụ bùng nổ "trí tuệ". Tôi hy vọng rằng một ai đó sẽ để mắt đến mức IQ trong căn phòng này!

Chúng ta có đại diện của 101 quốc gia ở đây và có lẽ cũng ngần ấy số ngôn ngữ mẹ đẻ được sử dụng. Không thể nói với tất cả các bạn bằng ngôn ngữ riêng của mỗi người. Thật may là còn có một ngôn ngữ chung mà hầu hết mọi người đều nói trôi chảy: ngôn ngữ toán học.

Toán học có mặt ở khắp mọi nơi. Một đứa trẻ thường bắt đầu với việc đếm một, hai, ba. Trong thực tế, các số thường là những từ đầu tiên chúng ta biết khi học một ngoại ngữ. Galileo đã nói rằng toán học là ngôn ngữ của Tự nhiên. Nhà vật lý Richard Feynman thêm: "Với những người không biết đến toán học, thật khó để cảm nhận thực sự được vẻ đẹp, vẻ đẹp trong sâu thẳm của Tự nhiên (...). Nếu bạn muốn hiểu Tự nhiên (...), bạn cần biết ngôn ngữ Tự nhiên nói". Các nhà thiên văn học, những người quan sát những vì sao và những thiên hà xa xôi nhất trong vũ trụ, đã kết luận rằng những công thức toán học chi phối các quy luật tự nhiên trên Trái đất cũng đồng thời chi phối ở những vùng biên giới xa xôi nhất của không gian và thời gian. Trong tương lai chúng ta có thể đón một đội tuyển ngoài trái đất đến từ hành tinh Zorgh! Nếu họ tham dự IMO, tôi chắc chắn rằng họ sẽ đạt kết quả rất tốt.

Nếu tôi phải viết diễn văn này không phải bằng các từ ngữ mà bằng các công thức toán học thì tôi sẽ chọn một ký hiệu rất đơn giản mà hầu hết mọi người đều biết: dấu bằng. Hầu hết các phương trình có dạng A=B. Nghĩ về điều này ta sẽ thấy dấu bằng có một vai trò cực kỳ quyền năng: nó nối hai thế giới khác nhau được biểu diễn bởi A và B. Kết nối cũng là quyền năng chính của toán học. Kết nối những ý tưởng vượt qua biên giới của các lĩnh vực. Kết nối những con người và đất nước vượt lên những văn hóa, như IMO đã cho thấy điều đó một cách tuyệt vời.

Toán học cũng kết nối các thế hệ vượt qua những giới hạn của thời gian. Cộng đồng toán học là một trong những cộng đồng phóng khoáng nhất mà tôi biết. Các

[2] Diễn văn khai mạc tại lễ khai mạc Olympic Toán Quốc tế 2011, tiêu đề do Tòa soạn đặt.

nhà toán học không chỉ dành nhiều thời gian để lắng nghe nhau trong các bài giảng và xêmina, họ còn dành rất nhiều công sức trong việc đào tạo và dạy dỗ các thế hệ trẻ. Điều đó đặc biệt đúng cho các kỳ Olympic. Trong tuần này, thế hệ trẻ sẽ thể hiện những kỹ năng và tài năng đáng kinh ngạc của họ. Nhiều nhà toán học lâu năm sẽ nhìn vào những bài toán mà các bạn có thể giải được với một sự kinh hãi. Cá nhân tôi rất sung sướng vì không phải ở trong vị trí của các bạn...

Chúng ta đang sống trong thời đại vàng son của toán học. Hai trong những bài toán lớn nhất trong lịch sử toán học đã được giải quyết trong hai thập kỷ vừa rồi: Định lý Cuối cùng của Fermat và Giả thuyết Poincaré. Grigori Perelman là người đã giải quyết được bài toán thứ hai cũng chính là người đã dành một huy chương vàng với điểm tuyệt đối tại kỳ IMO năm 1982. Tôi nhắc đến điều này cũng chỉ để đặt thêm một chút xíu sức ép lên vai các bạn mà thôi!

Tất nhiên, chúng tôi hy vọng rằng rất nhiều trong các bạn sẽ tiếp tục nuôi dưỡng tài năng và tình yêu lớn với toán học và sẽ tham gia cùng chúng tôi trên mặt trận nghiên cứu và đạt đến những thành tích phi thường tương xứng trong việc mở rộng biên giới của tri thức. Tuy vậy có một sự khác biệt đáng chú ý giữa việc nghiên cứu và các kỳ IMO: trong nghiên cứu các bạn không còn cạnh tranh mà các bạn sẽ cộng tác!

Thế giới cần đến toán học. Vai trò của toán học trong xã hội đang không ngừng tăng lên. Từ những mô hình của hiện tượng thay đổi khí hậu toàn cầu đến các giao dịch trong lĩnh vực tài chính, từ việc bảo đảm an toàn các cuộc giao dịch bằng các mã cao cấp đến việc giải mã các cơ sở di truyền của sự sống, các ý tưởng và công cụ toán học luôn giúp định hình xã hội của chúng ta.

Sự hào phóng không chỉ giúp các nghiên cứu toán học thực hiện được mà nhờ nó kỳ Olympic này mới có thể được tổ chức. Tôi xin cảm ơn sâu sắc các nhà tài trợ chính cho sự kiện này: Bộ Giáo dục - Văn hóa - Khoa học, dự án thúc đẩy giáo dục khoa học ở Hà Lan Platform Bèta Techniek và quỹ tài trợ của Google cho IMO trong 5 năm tới. Mỗi đơn vị đã tài trợ một cách hào phóng hiếm có. Chúng ta cũng nhận được sự ủng hộ lớn của Đại học VU Amsterdam, Đại học Kỹ thuật Eindhoven, Đại học Leiden, công ty ORTEC, Viện Pháp lý Hà Lan (NFI), Trung tâm Khoa học NEMO, CWI Amsterdam và tất nhiên là Thành phố Amsterdam, trong đó đặc biệt là sự tham gia của cá nhân ngài thị trưởng cũng như nhiều tổ chức khác mà tôi không thể đề cập hết trong khoảng thời gian ngắn này. Chúng tôi đánh giá sâu sắc những sự giúp đỡ ấy.

Các bạn thí sinh thân mến,

Chúng tôi chúc các bạn thật nhiều cảm hứng trong những ngày tới. Tôi hy vọng rằng kỳ Olympic quốc tế lần này sẽ mang lại cho các bạn những ấn tượng lâu bền: sự mê hoặc khi bắt gặp những bài toán hóc búa, niềm sung sướng khi chìm đắm trong đó và, tôi hi vọng, sự hân hoan khi tìm ra lời giải. Nhưng hơn tất thảy, tôi hy vọng các bạn sẽ có một thời gian tuyệt vời ở Amsterdam và có thêm nhiều bạn mới, những người chia sẻ với các bạn niềm đam mê và hạnh phúc trên con đường khám phá toán học.

Đoàn Trung Cường (Viện Toán học) và
Nguyễn Thị Quỳnh Trâm (ĐH Thương mại) dịch.

Cấu trúc nhóm trong một số bài toán sơ cấp

Đoàn Trung Cường (Viện Toán học)

Cấu trúc nhóm xuất hiện tự nhiên trong các bài toán sơ cấp. Ví dụ đơn giản nhất là các nhóm $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ với phép toán $+$. Ví dụ ít hiển nhiên hơn là các nhóm hữu hạn (nói chung không abel) xuất hiện trong lý thuyết số, tổ hợp và đại số.

Trong bài này chúng tôi sẽ điểm lại một vài ứng dụng của lý thuyết nhóm để giải một số bài toán sơ cấp. Mặc dù các bài tập minh họa đều có lời giải sơ cấp, chúng tôi sẽ không tập trung trình bày các lời giải này mà chủ yếu phân tích sự xuất hiện các cấu trúc nhóm như thế nào.

1. MỞ ĐẦU VỀ NHÓM

Nhóm. Ta biết rằng phép cộng trên tập các số nguyên $\mathbb{Z}$ thỏa mãn các tính chất kết hợp, có phần tử trung hòa (phần tử 0) và mọi phần tử đều có phần tử đối (phần tử đối của n là $-n$). Ta gọi tập $\mathbb{Z}$ cùng với phép cộng là một nhóm.

Một ví dụ khác là nhóm đối xứng. Cho $n \in \mathbb{N}$ và xét $X = \{1, 2, \ldots, n\}$. Ký hiệu $\mathcal{S}_n$ là tập tất cả các phép hoán vị trên X, nghĩa là, $\mathcal{S}_n$ là tập các song ánh $\sigma : X \to X$. Phép hợp thành của các ánh xạ trong $\mathcal{S}_n$ thỏa mãn các tính chất:

(i) $\forall \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in \mathcal{S}_n$, $(\sigma_1 \circ \sigma_2) \circ \sigma_3 = \sigma_1 \circ (\sigma_2 \circ \sigma_3)$.

(ii) Gọi id là phép hoán vị đồng nhất, ta có $\mathrm{id} \circ \sigma = \sigma \circ \mathrm{id} = \sigma$, với mọi $\sigma \in \mathcal{S}_n$.

(iii) Với $\sigma \in \mathcal{S}_n$, ánh xạ nghịch đảo σ^{-1} cũng nằm trong $\mathcal{S}_n$.

Khi đó $\mathcal{S}_n$ cùng với phép hợp thành các ánh xạ cũng được gọi là một nhóm.

Không phải một tập hợp với một phép toán bất kỳ cũng là một nhóm (xem Ví dụ 1.2(ii) ở dưới). Ta có định nghĩa tổng quát.

Định nghĩa 1.1. Một nhóm G là một tập hợp cùng với phép toán nhóm $G \times G \to G, (a, b) \mapsto ab$, thỏa mãn

- $\forall a, b, c \in G$, $(ab)c = a(bc)$ (tính chất kết hợp).
- $\exists e \in G$ thỏa mãn $ae = ea = a, \forall a \in G$ (phần tử đơn vị).
- $\forall a \in G$, $\exists b \in G$ sao cho $ab = ba = e$ (phần tử nghịch đảo).

G là một nhóm abel nếu

- $\forall a, b \in G$, $ab = ba$ (tính chất giao hoán).

Nếu phép toán nhóm viết theo lối nhân (tương ứng, lối cộng) thì phần tử đơn vị còn được ký hiệu là 1 (tương ứng, 0), phần tử nghịch đảo của a ký hiệu là a^{-1} (tương ứng, $-a$ và gọi là phần tử đối).

Một nhóm con của G là một tập con $H \subseteq G$ thỏa mãn $e \in H$ và với $a, b \in H$ thì $a^{-1} \in H, ab \in H$. Như vậy, nếu $a \in H$ thì $a^n, a^{-n} \in H$ với mọi $n = 1, 2, \ldots$. Nếu $H = \{a^n : n \in \mathbb{Z}\}$ với một phần tử a nào đó thì H được gọi là một nhóm xyclic sinh bởi a.

Ví dụ 1.2. (i) Một số nhóm abel quen thuộc là

- Nhóm với phép cộng: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.
- Nhóm với phép nhân: $\{\pm 1\} \subset \mathbb{Q}^\times \subset \mathbb{R}^\times \subset \mathbb{C}^\times$ hoặc $\mathbb{R}_{>0} \subset \mathbb{R}^\times$. Ở đây ký hiệu $k^\times := k \setminus \{0\}$.

(ii) Tập $\mathbb{R}_{>0}$ không là một nhóm đối với phép cộng vì với $x \in \mathbb{R}, x > 0$ thì $-x \notin \mathbb{R}_{>0}$.

Nhóm hữu hạn. Nếu nhóm G có hữu hạn phần tử thì ta nói G là một nhóm hữu hạn. Cấp của G là số phần tử của nhóm đó và ký hiệu là $|G|$. Với mỗi $g \in G$ có một số nguyên dương $n > 0$ sao cho $g^n = 1$. Số nguyên dương nhỏ nhất như vậy được gọi là cấp của g và ký hiệu là $\mathrm{ord}(g)$.

Ví dụ 1.3. Xét tập $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ gồm các lớp thặng dư $\mod n$. Với $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, ta có $\bar{a} + \bar{b} = \overline{a+b}$ và $\bar{a}.\bar{b} = \overline{ab}$. Tập $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ cùng với phép cộng là một nhóm abel hữu hạn cấp n. Xét tập $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^* := \{\bar{a} \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} : (a, n) = 1\}$. Bằng thuật toán chia Euclide ta chứng minh được $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$ cùng với phép nhân là một nhóm abel hữu hạn, cấp của nhóm này là $\varphi(n) = \#\{0 < a < n : (a, n) = 1\}$.

Ví dụ 1.4. Nhóm $\mathcal{S}_n$ là một nhóm hữu hạn và được gọi là nhóm *đối xứng* (hay nhóm các phép thế). $\mathcal{S}_n$ là một nhóm abel khi và chỉ khi $n < 3$. Cấp của $\mathcal{S}_n$ là $|\mathcal{S}_n| = n!$. Nếu thay tập $\{1, \ldots, n\}$ bởi một tập X có n phần tử thì ta cũng được nhóm đối xứng trên X, ký hiệu là $\mathcal{S}_X$.

Với mỗi nhóm con H của một nhóm hữu hạn G và $a \in G$, đặt $aH := \{ab : b \in H\}$. Dễ thấy với $a, a' \in G$ thì hoặc $aH = a'H$ hoặc $aH \cap a'H = \emptyset$ (hoặc trùng nhau hoặc không giao nhau). Nói riêng, G có phân tích thành một hợp rời các lớp kề có dạng aH.

Mệnh đề 1.5 (Định lý Lagrange)**.** *Mọi lớp tương đương định nghĩa như trên đều có cùng số phần tử và bằng cấp của H. Nói riêng, số lớp tương đương là $|G|/|H|$.*

Ví dụ 1.6 (p-Nhóm)**.** Cho p là một số nguyên tố. Một p-nhóm là một nhóm hữu hạn với các phần tử có cấp là một lũy thừa của p. Khi đó, một nhóm G là p-nhóm khi và chỉ khi G có cấp là một lũy thừa của p.

Thật vậy, giả sử G có cấp là một lũy thừa của p và $a \in G$. Xét nhóm xyclic H sinh bởi a. Rõ ràng $|H| = \mathrm{ord}(a)$. Do đó theo định lý Lagrange, $\mathrm{ord}(a)$ là ước của cấp của G.

Đối với chiều ngược lại, ta chỉ chứng minh cho trường hợp G là abel (trong các bài tập ở phần sau chỉ có trường hợp này xảy ra). Giả sử G là một p-nhóm abel và H là một nhóm con lớn nhất của G mà có cấp là một lũy thừa của p. Ta sẽ chứng minh $H = G$. Giả sử có một phần tử $a \in G \setminus H$. Khi đó $\mathrm{ord}(a) = p^n$ với $n > 0$ nào đó. Xét tập $H' := \{ab : b \in H\}$. Dễ thấy H' là hợp rời của các tập hợp $H, aH, a^2H, \ldots, a^{p^n-1}H$ và H' là một nhóm abel. Nói riêng, H' là một nhóm con của G với cấp là $|H'| = |H|.p^n > |H|$. Điều này mâu thuẫn với cách chọn H. Vậy $G = H$ và G có cấp là một lũy thừa của p.

Tác động nhóm. Xét nhóm đối xứng $\mathcal{S}_n$ và tập $X = \{1, 2, \ldots, n\}$. Với mỗi $\sigma \in \mathcal{S}_n$, $i \in X$, ta được $\sigma(i) \in X$. Tương ứng này rõ ràng thỏa mãn $(\sigma_1 \circ \sigma_2)(i) = \sigma_1(\sigma_2(i))$. Khi đó ta nói rằng có một tác động của nhóm $\mathcal{S}_n$ lên tập X. Tổng quát hơn, ta có định nghĩa.

Định nghĩa 1.7. Cho G là một nhóm hữu hạn và X là một tập hữu hạn. Một tác động của G lên X là một ánh xạ $G \times X \to X, (g, a) \mapsto g(a)$ thỏa mãn: với $g, h \in G, a \in X$, $(gh)(a) = g(h(a))$ và $e(a) \equiv a$. Với mỗi $a \in X$, tập con $\mathrm{orb}(a) := \{g(a) \in X : g \in G\}$ được gọi là *quỹ đạo* của a. Phần tử $a \in X$ cố định dưới tác động của G khi và chỉ khi $\mathrm{orb}(a) = \{a\}$. Tập X được phân hoạch thành hợp rời các quỹ đạo.

Ví dụ, xét tác động của nhóm đối xứng $\mathcal{S}_n$ lên tập $X = \{1, \ldots, n\}$. Với hai phần tử bất kỳ $i, j = 1, \ldots, n$, luôn có một phép thế, ký hiệu là (i, j) và gọi là phép chuyển vị, tráo đổi vị trí của i, j và cố định các vị trí khác. Do đó tác động này chỉ có một quỹ đạo là cả tập X.

Với một tập con $Y \subset X$, tập $\mathrm{Stab}(Y) := \{g \in G : g(Y) \subseteq Y\}$ là một nhóm con của G và được gọi là nhóm con *ổn định* của Y. Ta có một song ánh $\{g.\mathrm{Stab}(a) : g \in G\} \longrightarrow \mathrm{orb}(a)$, $gh \mapsto g(a)$. Định lý Lagrange (Mệnh đề 1.5) cho ta

Mệnh đề 1.8. *Với mỗi $a \in X$, quỹ đạo $\mathrm{orb}(a)$ có số phần tử bằng $|G|/|\mathrm{Stab}(a)|$. Nói riêng, $|\mathrm{orb}(a)|$ là ước của $|G|$.*

Cho $p \in \mathbb{Z}$ là một số nguyên tố và G là một p-nhóm. Xét một tác động của G lên một tập hữu hạn X. Theo Mệnh đề 1.8, những quỹ đạo có nhiều hơn một phần tử có số phần tử là lũy thừa của p. Những quỹ đạo còn lại ứng với các điểm cố định của X. Ký hiệu X^G là tập các điểm cố định, ta có mệnh đề.

Mệnh đề 1.9. *Có $|X| \equiv |X^G| \pmod p$.*

Một ứng dụng thú vị của mệnh đề trên là định lý số học sau đây.

Định lý 1.10 (Lucas)**.** *Cho các số nguyên $m, n \geq 0$ và một số nguyên tố p. Ta có*

$$\binom{m}{n} \equiv \prod_{i=0}^{k} \binom{m_i}{n_i} \pmod p,$$

trong đó m_i, n_i là các chữ số trong biểu diễn cơ số p của m, n, nghĩa là

$$m = m_k p^k + \ldots + m_1 p + m_0,$$

$$n = n_k p^k + \ldots + n_1 p + n_0,$$

với $0 \leq m_0, \ldots, m_k < p$ và $0 \leq n_0, \ldots, n_k < p$.

Chứng minh. Xét một tập M gồm m phần tử. Chia M thành các tập con rời nhau: m_i tập con có p^i phần tử, $i = 0, 1, \ldots, m$. Trên mỗi tập con, có một tác động tự nhiên của nhóm xyclic $\mathbb{Z}/p^i\mathbb{Z}$. Do đó nhóm $G = \prod_{i=0}^{k} (\mathbb{Z}/p^i\mathbb{Z})^{m_i}$ tác động tự nhiên theo từng thành phần lên tập M. Ở đây $(\mathbb{Z}/p^i\mathbb{Z})^{m_i} = \mathbb{Z}/p^i\mathbb{Z} \times \ldots \times \mathbb{Z}/p^i\mathbb{Z}$ là tích m_i lần $\mathbb{Z}/p^i\mathbb{Z}$.

Gọi X là tập tất cả các tập con của M có n phần tử. Như vậy $|X| = \binom{m}{n}$. Dễ thấy G tác động cảm sinh lên tập X. Một tập con N thuộc X là bất biến dưới tác động của G khi và chỉ khi nó là hợp của các tập con có p^i phần tử trong cách chia ở trên. Với mỗi p^i, có n_i tập con của N như vậy. Do đó số tập con $N \subseteq M$ có n phần tử và bất biến dưới tác động của G là $\prod_{i=0}^{k} \binom{m_i}{n_i}$. Khẳng định được suy từ Mệnh đề 1.9. □

2. Tổ hợp

2.1. **Phép thế.** Một phép thế $\sigma \in \mathcal{S}_n$ được hoàn toàn xác định bởi các giá trị $\sigma(1), \ldots, \sigma(n)$. Do đó có một cách khác biểu diễn σ là

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \ldots & \sigma(n) \end{pmatrix}.$$

Chú ý rằng σ còn được gọi là một *hoán vị* của các số $1, 2, \ldots, n$ và ký hiệu là $(a_1, \ldots, a_n)$ với $a_i = \sigma(i)$. Nếu $a_i = i$ thì ta có thể bỏ a_i trong ký hiệu trên. Tác động tự nhiên của nhóm xyclic (σ) lên tập $X = \{1, 2, \ldots, n\}$ cho ta phân tích của X thành hợp rời các quỹ đạo

$$X = X_1 \sqcup X_2 \sqcup \ldots \sqcup X_r,$$

với mỗi X_i có dạng $\{a, \sigma(a), \ldots, \sigma^{k_i}(a)\}$. Mỗi X_i được gọi là một chu trình của σ và ta có $\mathrm{ord}(\sigma) = [|X_1|, \ldots, |X_r|] \mid n!$.

Ví dụ 2.1 (IMO 2001)**.** Cho $n > 1$ là một số nguyên lẻ và các số nguyên $c_1, \ldots, c_n$. Với mỗi phép thế $a = (a_1, \ldots, a_n)$ của $1, \ldots, n$, định nghĩa $S(a) = \sum_{i=1}^{n} c_i a_i$. Chứng minh rằng tồn tại các phép thế $a \neq b$ sao cho $n! | S(a) - S(b)$.

Lời giải. Nếu tất cả $S(a)$ khác nhau mod $n!$ thì do có $n!$ phép thế nên

$$\{S(a) : a \in \mathcal{S}_n\} = \{0, 1, \ldots, n! - 1\} \mathrm{mod} n!.$$

Do đó, $\sum_{a\in\mathcal{S}_n} S(a) = \frac{(n!-1)n!}{2} = -\frac{n!}{2} \pmod{n!}$. Ta có

$$\sum_{a\in\mathcal{S}_n} S(a) = \sum_{a\in\mathcal{S}_n}\sum_{i=1}^{n} c_i a_i = \sum_{i=1}^{n} c_i \sum_{a\in\mathcal{S}_n} a_i$$
$$= \sum_{i=1}^{n} c_i.(n-1)!\sum_{i=1}^{n} i = \sum_{i=1}^{n} c_i.n!\frac{n+1}{2} = 0 \pmod{n!}.$$

Điều này mâu thuẫn với khẳng định trên. Vậy có hai phép thế khác nhau a, b sao cho $S(a) \equiv S(b) \pmod{n!}$.

Ví dụ 2.2 (IMO 1999 shortlist (Phần Lan)). Có $n \geq 2$ cô gái chơi một trò chơi, mỗi người giữ một quả bóng. Mỗi cặp trong số tất cả $\binom{n}{2}$ cặp, theo một thứ tự nào đó, đổi quả bóng họ đang có cho nhau. Trò chơi được gọi là "thú vị" nếu cuối cùng không có cô gái nào nhận lại quả bóng ban đầu. Ngược lại, nếu cuối cùng tất cả các cô gái đều nhận lại quả bóng ban đầu thì trò chơi được gọi là "chán ngắt". Tìm giá trị của n để (a) có một trò chơi thú vị và (b) có một trò chơi chán ngắt.

Lời giải. Một phép chuyển vị (i, j) với $i, j = 1, \ldots, n, i \neq j$ là một hoán vị hai vị trí i, j cho nhau và giữ nguyên các vị trí khác. Một trò chơi là một cách thực hiện liên tiếp, hay là một cách xếp thứ tự, $N = \binom{n}{2}$ phép chuyển vị (i, j) của tập $\{1, \ldots, n\}$. Giả sử thứ tự đó là $t_1, \ldots, t_N$. Một trò chơi sẽ ứng với phép hoán vị $P = t_N t_{N-1} \ldots t_1$. Trò chơi là thú vị tương ứng với P không có điểm cố định. Trò chơi là chán ngắt nếu $P = \mathrm{id}$ là phép đồng nhất.
(a) Tồn tại một trò chơi thú vị khi và chỉ khi $n \neq 3$.

Thật vậy, nếu $n = 2$ thì $P_2 := (1, 2)$ rõ ràng là thú vị. Nếu $n = 3$ thì mỗi trò chơi có dạng $P = (b, c)(a, c)(a, b) = (a, c)$ nên không là thú vị.

Xét $n > 3$. Xét $P_n := (1, 2)(1, 3)(2, 3) \ldots (1, n)(2, n) \ldots (n-1, n)$. Khi đó $P_n = P_{n-1}(1, n, n-1, \ldots, 2) = (1, n)(2, n-1) \ldots (i, n+1-i) \ldots$ là thú vị nếu n là chẵn. Nếu n lẻ thì hoán vị $Q_n := P_{n-1}(1, n)(2, n) \ldots (k, n)(n-1, n)(n-2, n) \ldots (k+1)n$ là thú vị.
(b) Tồn tại một trò chơi chán ngắt khi và chỉ khi $n \equiv 0, 1 \pmod 4$.

Ta có $\mathrm{sign}(P) = (-1)^{\binom{n}{2}}$. Do đó nếu $P = \mathrm{id}$ là phép đồng nhất thì $2|\binom{n}{2}$, hay $n \equiv 0, 1 \pmod 4$.

Ngược lại, giả sử $n \equiv 0, 1 \pmod 4$. Xét trường hợp $n = 4k$. Chia các cô gái vào k nhóm gồm 4 cô gái. Trong mỗi nhóm xét thứ tự sau $(3, 4)(1, 3)(2, 4)(2, 3)(1, 4)(1, 2) = \mathrm{id}$. Giữa hai nhóm khác nhau (ký hiệu là $\{1, 2, 3, 4\}$ và $\{5, 6, 7, 8\}$), ta có
$(4, 7)(3, 7)(4, 6)(1, 6)(2, 8)(3, 8)(2, 7)(2, 6)$
$(4, 5)(4, 8)(1, 7)(1, 8)(3, 5)(3, 6)(2, 5)(1, 5)$
$= \mathrm{id}$.

Trường hợp $n = 4k + 1$ ta chia thành $k + 1$ nhóm gồm k nhóm có 4 cô gái và một nhóm chỉ có một cô gái. Giữa hai nhóm có 4 cô gái khác nhau ta làm như trên. Với mỗi nhóm có 4 cô gái, ký hiệu là $1, 2, 3, 4$, ta thêm cô gái dư, ký hiệu là 5, và tiến hành theo thứ tự sau
$(3, 5)(3, 4)(4, 5)(1, 3)(2, 4)(2, 3)(1, 4)(1, 5)$
$(1, 2)(2, 5) = \mathrm{id}$.

Bài 1 (Australia MO 2004). Tìm tất cả các hoán vị $a_1, \ldots, a_{2004}$ của $1, \ldots, 2004$ sao cho

$$|a_1 - 1| = |a_2 - 2| = \ldots = |a_{2004} - 2004| > 0.$$

Bài 2 (IMO 2005 shortlist (USA)). Cho một số nguyên dương $n \geq 1$ và một dãy số nguyên $a_1, \ldots, a_n$ sao cho $n \mid (a_1 + \ldots + a_n)$. Chứng minh rằng tồn tại hai phép thế σ và τ của $1, \ldots, n$ sao cho $\sigma(i) + \tau(i) \equiv a_i \pmod n$ với mọi $i = 1, \ldots, n$.

Bài 3 (IMO 2008 shortlist (Serbia) & Iran MO)**.** Với $n > 0$, xác định số các hoán vị $a_1, \ldots, a_n$ của $1, \ldots, n$ với tính chất

$$k \mid 2(a_1 + \ldots + a_k), \forall k = 1, 2, \ldots, n.$$

2.2. **Bài toán tô màu.** Bài toán tô màu là một ứng dụng điển hình của lý thuyết nhóm (nhóm đối xứng) trong tổ hợp.

Bài toán. Cho r mảnh vải giống hệt nhau và n màu khác nhau. Tô mỗi mảnh vải bằng một màu nào đó. Cho G là một nhóm gồm các phép hoán vị n mảnh vải. Hai cách tô màu sẽ được đồng nhất nếu cách này nhận được từ cách kia bằng một phép hoán vị trong G. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách tô màu (sai khác hoán vị bởi nhóm G)?

Ví dụ 2.3 (HSGQG 2010)**.** Người ta dùng n màu để tô tất cả các ô vuông con của bảng ô vuông kích thước 3×3, mỗi ô được tô bởi một màu. Hai cách tô màu được coi là như nhau nếu cách tô màu này nhận được từ cách tô màu kia nhờ một phép quay quanh tâm của bảng ô vuông. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách tô màu khác nhau?

Bài toán tô màu được giải bằng cách sử dụng bổ đề Burnside.

Bổ đề Burnside. Xét một tập hữu hạn X cùng với một tác động của một nhóm hữu hạn G. Với mỗi $g \in G$, ký hiệu $F(g) = \{x \in X : g(x) = x\}$ và $Z = \{(g, x) \in G \times X : x \in F(g)\}$. Bằng cách đếm theo $g \in G$ hoặc theo $x \in X$, ta có đồng nhất thức

$$|Z| = \sum_{g \in G} |F(g)| = \sum_{x \in X} |\operatorname{Stab}(x)|.$$

Mỗi phần tử $x \in X$ xuất hiện đúng $|\operatorname{Stab}(x)|$ lần trong tập Z. Như vậy, các phần tử trong $\operatorname{orb}(x)$ xuất hiện cả thảy $|\operatorname{orb}(a)|.|\operatorname{Stab}(a)| = |G|$ lần.

Mệnh đề 2.4 (Bổ đề Burnside)**.** *Số quỹ đạo của tác động nhóm G lên tập X là*

$$N = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |F(g)| = \frac{1}{|G|} \sum_{a \in X} |\operatorname{Stab}(a)|.$$

Bổ đề Burnside cũng được một vài tác giả gọi là Bổ đề Cauchy-Frobenius. Cauchy là người đầu tiên chứng minh cho trường hợp tác động chỉ có một quỹ đạo (tác động bắc cầu). Frobenius chứng minh trường hợp tổng quát. Theo các tác giả này, Burnside là người đầu tiên viết kết quả trên trong một quyển sách.

Định lý đếm của Pólya (dạng đơn giản). Áp dụng bổ đề Burnside, ta phát biểu lại bài toán tô màu: Ký hiệu các mảnh vải là $v_1, \ldots, v_r$, các màu là $c_1, \ldots, c_n$. Xét tập hợp các ánh xạ $X = \{f : \{v_1, \ldots, v_r\} \to \{c_1, \ldots, c_n\}\}$. Mỗi cách tô màu tương ứng $1 - 1$ với một hàm $f \in X$. Nhóm $G \subseteq \mathcal{S}_r$ tác động lên tập $\{v_1, \ldots, v_r\}$ nên có tác động tự nhiên lên tập X cho bởi $(g, f) \in G \times X \mapsto f \circ g \in X$. Theo bổ đề Burnside, số các quỹ đạo của tác động này là

$$N_G = \frac{1}{|G|} \sum_{\sigma \in G} |F(\sigma)|,$$

với $F(\sigma) = \{f \in X : f(\sigma(v_i)) = f(v_i), i = 1, \ldots, n\}$. Gọi các chu trình của σ là $V_1, \ldots, V_t$. Khi đó $f \in F(\sigma)$ tương đương với f là ánh xạ hằng khi hạn chế lên từng chu trình $V_i, i = 1, \ldots, t$. Như vậy, $|F(\sigma)| = n^{c(\sigma)}$ với $c(\sigma) = t$ là số chu trình của σ.

Mệnh đề 2.5 (Định lý đếm của Pólya, dạng đơn giản)**.** *Ta luôn có*

$$N_G = \frac{1}{|G|} \sum_{\sigma \in G} n^{c(\sigma)}.$$

Mệnh đề trên là một dạng đơn giản của định lý đếm của Pólya. Định lý đếm tổng quát cho ta thông tin cụ thể hơn về số cách tô màu với những hạn chế về phân bố là một kết quả quan trọng trong tổ hợp, tuy nhiên việc trình bày tương đối dài và vượt ra khỏi phạm vi của bài giới thiệu này.

Ví dụ 2.3 xét lại. Gọi τ là phép quay quanh tâm hình vuông góc $\frac{\pi}{2}$ theo chiều kim đồng hồ. Khi đó $G = (\tau)$ là một nhóm xyclic cấp 4. Số chu trình của τ là 3, của τ^2 là 5, của τ^3 là 3 và của $\tau^4 = \mathrm{id}$ là 9. Theo định lý đếm của Pólya (Mệnh đề 2.5), số cách tô màu là $N = \frac{1}{4}(n^9 + n^5 + 2n^3)$.

Ví dụ 2.6 (Số Stirling)**.** Ký hiệu số phép thế trong $\mathcal{S}_r$ có k chu trình là $\left[{r \atop k}\right]$ và gọi là số Stirling. Số Stirling liên quan đến bài toán tìm số cách xếp r quả bóng vào n cái sọt với hai cách xếp là như nhau nếu sai khác một cách đánh số lại các quả bóng.

Bài toán bóng-sọt thuộc kiểu bài toán tô màu. Trong trường hợp này, ta không phân biệt các quả bóng nên nhóm tác động là $\mathcal{S}_r$. Theo định lý đếm của Pólya, số cách xếp là

$$N = \frac{1}{r!}\sum_{k=0}^{r}\begin{bmatrix} r \\ k \end{bmatrix} n^k.$$

Mặt khác, mỗi cách xếp tương ứng với một chuỗi $n+r-1$ ký tự gồm r ký tự b (bóng) và $n-1$ ký tự s (sọt). Số cách sắp xếp do đó là $N = \binom{n+r-1}{r}$. Ta suy ra

$$(n+r-1)\dots(n+1)n = \sum_{k=0}^{r}\begin{bmatrix} r \\ k \end{bmatrix} n^k.$$

Đây là một định nghĩa khác của số Stirling.

Bài 4. Có bao nhiêu cách sơn các mặt của một hình lập phương bằng 8 màu với điều kiện mỗi mặt được sơn một màu và hai cách sơn là như nhau nếu sai khác một phép xoay hình lập phương.

Bài 5 (AIME 1996)**.** Hai ô của hình vuông 7×7 được tô màu vàng. Các ô còn lại được tô màu đỏ. Hai cách tô được coi là giống nhau nếu chúng có thể thu được từ nhau bằng một phép quay trên mặt phẳng quanh tâm của hình vuông. Hỏi có bao nhiêu cách tô màu?

Bài 6 (Tô màu vòng cổ)**.** Người ta làm các chuỗi vòng cổ có r hạt đá trong đó mỗi hạt đá mang một trong n màu cho trước. Hai chuỗi vòng được gọi là cùng kiểu nếu vòng này nhận được từ vòng kia bằng một phép tịnh tiến theo các hạt. Hỏi: (a) Có nhiều nhất bao nhiêu chuỗi vòng cổ thuộc các kiểu khác nhau? (b) Có bao nhiêu chuỗi vòng mà với mỗi màu đều có ít nhất 2 hạt mang màu đó?

Bài 7. Cho tập $V = \{v_1, \dots, v_n\}$. Một đồ thị G trên tập đỉnh V được cho bởi một tập gồm các cặp không sắp thứ tự (v_i, v_j), $i \neq j$, gọi là các cạnh của G. Hai đồ thị là đẳng cấu với nhau nếu đồ thị này nhận được từ đồ thị kia bằng cách đánh số lại các đỉnh. Tìm số lớn nhất các đồ thị không đẳng cấu với nhau.

2.3. **Một số bài toán khác.** Trong hai phần trước ta đã thấy ứng dụng của nhóm đối xứng. Trong phần này ta sẽ xét một số bài tập với các cấu trúc nhóm khác.

Ví dụ 2.7 (USAMO 2008)**.** Trong một hội thảo về toán, hai nhà toán học bất kỳ hoặc là bạn nhau hoặc là người lạ. Trong thời gian ăn trưa, những người tham dự ăn ở một trong hai phòng ăn. Mỗi nhà toán học đều ăn trong một phòng chứa một số chẵn người bạn của mình. Giả sử có ít nhất một cách sắp xếp như vậy. Chứng minh rằng số cách chia các nhà toán học vào hai phòng là một lũy thừa của 2.

Lời giải. Định nghĩa một lệnh là một tập các hướng dẫn, mỗi nhà toán học được đề nghị hoặc ở lại hoặc di chuyển. Giả sử đang có một cách chia tốt, nghĩa là mỗi nhà toán học có số chẵn bạn ở trong cùng phòng. Xét tập G tất cả các lệnh sao cho xuất phát từ cách chia này, sau khi áp dụng một lệnh ta được một cách chia tốt khác. Các lệnh đó cũng được gọi là các lệnh tốt. Gọi tập này là G. Khi đó lệnh I mà mỗi nhà toán học ở nguyên tại chỗ cũng thuộc tập G.

G là một nhóm abel: Nếu $A, B \in G$ là hai lệnh bất kỳ, ta ký hiệu $A.B$ là lệnh nhận được bằng cách áp dụng lần lượt lệnh B rồi tiếp lệnh A. Dễ thấy hai lệnh $A.B$ và $B.A$ như nhau. Ta chứng minh $A.B$ cũng là một lệnh tốt, nghĩa là thuộc vào tập G. Thật vậy, xét một nhà toán học x trong hội thảo. Nếu $B(x)$ là ở lại thì có chẵn bạn của x ở cả hai phòng phải đi sang phòng khác. Như vậy, nếu xuất phát từ một cách chia tốt bất kỳ khác, sau lệnh B thì số người đi và đến phòng của x cùng là chẵn hoặc cùng là lẻ. Dẫn đến số bạn cùng phòng của x sau đó vẫn là số chẵn. Tương tự, nếu $B(x)$ là sang phòng khác thì có chẵn bạn của x ở hai phòng sẽ ở lại phòng. Nếu xuất phát từ một cách chia tốt khác, thì số bạn ở lại phòng x đến và số bạn sẽ đến phòng đó cũng cùng chẵn hoặc cùng lẻ. Do đó x có chẵn bạn cùng phòng sau lệnh B. Tóm lại, $A.B$ là một lệnh tốt và do đó $A.B \in G$. Nói riêng, G là một nhóm abel.

Nếu $A \in G$, ta có $A.A = I$. Do đó G là một 2-nhóm và $|G|$ là một lũy thừa của 2.

Bài 8 (IMO 1999 shortlist (Anh)). Cho A là một tập gồm N lớp đồng dư mod N^2. Chứng minh rằng có một tập B gồm N lớp đồng dư mod N^2 sao cho tập $A+B := \{\bar{a}+\bar{b} : \bar{a} \in A, \bar{b} \in B\}$ chứa ít nhất $N^2/2$ lớp đồng dư.

Tin Toán học Thế giới

Lễ trao Giải thưởng Abel - 2010. Ngày 24/5/2011 tại Oslo, thủ đô Na Uy, đích thân nhà vua Harald đã trao tặng "Giải thưởng Abel - 2010" cho GS. John Milnor (Viện các Khoa học về Toán, Đại học Stony Brook, New York, Mỹ), người đã có các công trình khoa học "có tính tiên phong trong tôpô, hình học và đại số ".

Cùng với lễ trao giải còn có các "Bài giảng Abel" và "Bài giảng khoa học" diễn ra tại Đại học Oslo. Mục đích của các "Bài giảng Abel" là giới thiệu rộng rãi với các nhà toán học trẻ và sinh viên một cái nhìn phổ thông hơn đối với công trình được giải. Năm nay, những người thực hiện bài giảng Abel ngoài John Milnor ra còn có Curtis McMullen và Michael Hopkins (Đại học Harvard, Mỹ), "Bài giảng khoa học" do Etienne Ghys (Ecole Normale Superieure, Lyon, Pháp) trình bày.

Giải thưởng Shaw-2011 lĩnh vực Toán học đã được tặng chung cho Demetrios Christodoulou (ETH Zürich) và Richard S. Hamilton (Đại học Columbia, New York) do đã có những kết quả có tính cách mạng trong lĩnh vực phương trình vi phân phi tuyến, hình học Riemann, hình học Lorentz và ứng dụng các kết quả này vào lý thuyết tương đối tổng quát và vào tôpô. Giải thưởng trị giá 1.000.000 $ được chia đều cho hai người được giải.

Giải thưởng Caratheodory trong lĩnh vực Tối ưu Toàn cục được trao cho giáo sư Hoàng Tụy, Viện Toán học Việt Nam. Đây là giải thương của Hội Tối ưu Toàn cục quốc tế, được trao hai năm một lần cho một đóng góp cá nhân (hoặc của một nhóm làm việc) vào lý thuyết, thuật toán và ứng dụng của tối ưu toàn cục. Giải thưởng mang tên nhà toán học Constantin Caratheodory được trao cho một công trình xuất sắc mang những đóng góp đã được kiểm chứng bởi thời gian. Các tiêu chuẩn đánh giá bao gồm sự xuất sắc về khoa học, tính sáng tạo, tầm quan trọng, chiều sâu và ảnh hưởng. Giải thưởng đầu tiên, trị giá 2000US$ đã được trao tại Đại hội Tối ưu Toàn cục Thế giới lần thứ II, 3-7/7/2011, tại Chania, Hy Lạp. Giáo sư Hoàng Tuy đã được trao giải cho những công trình tiên phong và nền tảng của ông trong Tối ưu Toàn cục.

Hội nghị Toán học các nước Mỹ La tinh 2013. "Hội nghị Toán học các nước Mỹ La tinh" sẽ được tổ chức tại Guanajuato, Mexico, từ 5-9/8/2013. Mục đích của hội nghị là nhằm biểu dương các thành tựu toán học xuất sắc của các nước Mỹ La tinh, thúc đẩy hơn nữa sự cộng tác giữa các nhà nghiên cứu, các sinh viên, giữa các viện và các hội toán học thuộc khu vực các nước Mỹ La tinh.

Hội nghị được tài trợ bởi Hội Toán học Mỹ (AMS), Hội Toán học Canada, LĐTH Mỹ La tinh và vùng Caribbe, Hội Toán học Mexico và Hội Toán học Ứng dụng và Công nghiệp (SIAM).

GS. Albrecht Dold đã mất ngày 26/9/2011, thọ 84 tuổi. Albrecht Dold là một nhà Tôpô đại số nổi tiếng, giáo sư trường ĐHTH Heidelberg, Đức. Ngoài những đóng góp trong tôpô đại số, ông còn được biết đến nhiều với tư cách tư cách là một trong các Editor của Springer Lecture Notes in Mathematics.

Tin ICM - 2014. Sẽ có 1.000 nhà toán học từ các nước đang phát triển được tài trợ để tham dự ICM - 2014. Ban Tổ chức ICM-2014 của Hàn Quốc đã đề ra khẩu hiệu hành động "Dreams and Hopes for Late Starters!" ("Mơ ước và hy vọng cho các nhà toán học thuộc các nước chậm phát triển!"). Để thực hiện mục tiêu này, Hàn Quốc dự kiến sẽ mời 1.000 nhà toán học từ các nước đang phát triển tham dự ICM - 2014 với tài trợ tiền vé đi về và Ban Tổ chức sẽ cần khoảng 2.000.000 USD.

Ban Tổ chức ICM - 2014 của Hàn Quốc đã thành lập "Quỹ tài trợ SEOUL ICM - 2014" và hiện đã quyên góp được 860.000 USD từ sự đóng góp của các trường đại học trong nước cộng với 400.000 USD từ Ban Tổ chức ICM Bắc Kinh chuyển sang. Số tiền còn thiếu, Ban Tổ chức hy vọng sẽ có được từ sự cộng tác xin tài trợ với các nhà toán học quốc tế.

Các trường nghiên cứu ICPAM - CIMPA. ICPAM-CIMPA là một trung tâm quốc tế về toán (lý thuyết và ứng dụng) của UNESCO, ICPAM (International Centre for Pure and Applied Mathematics) có trụ sở tại Nice, Pháp và được Bộ Giáo dục và Nghiên cứu Pháp tài trợ. Hàng năm ICPAM-CIMPA tổ chức các trường nghiên cứu toán ở trình độ cao, thời gian khoảng 2 tuần, tại các nước đang phát triển. ICPAM-CIMPA chịu trách nhiệm mời các giảng viên đến giảng và xét tài trợ cho các nhà toán học trẻ ở các nước lân cận đến dự các trường này.

Chương trình của ICPAM-CIMPA năm 2011 và 2012 có thể xem tại địa chỉ http://www.cimpa-icpam.org/

Mục Tin THTG số này do Phạm Trà Ân (Viện Toán học) và nhóm CTV thực hiện.

Kính mời quí vị và các bạn đồng nghiệp
đăng kí tham gia Hội Toán học Việt Nam

Hội Toán học Việt Nam được thành lập từ năm 1966. Mục đích của Hội là góp phần đẩy mạnh công tác giảng dạy, nghiên cứu phổ biến và ứng dụng toán học. Tất cả những ai có tham gia giảng dạy, nghiên cứu phổ biến và ứng dụng toán học đều có thể gia nhập Hội. Là hội viên, quí vị sẽ được phát miễn phí tạp chí Thông Tin Toán Học, được mua một số ấn phẩm toán với giá ưu đãi, được giảm hội nghị phí những hội nghị Hội tham gia tổ chức, được tham gia cũng như được thông báo đầy đủ về các hoạt động của Hội. Để gia nhập Hội lần đầu tiên hoặc để đăng kí lại hội viên (theo từng năm), quí vị chỉ việc điền và cắt gửi phiếu đăng kí dưới đây tới BCH Hội theo địa chỉ:

Chị Cao Ngọc Anh, Viện Toán Học, 18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Về việc đóng hội phí có thể chọn một trong các hình thức sau đây:

1. Đóng tập thể theo cơ quan (kèm theo danh sách hội viên).
2. Đóng trực tiếp hoặc gửi tiền qua bưu điện đến chị Cao Ngọc Anh theo địa chỉ trên.

BCH Hội Toán học Việt Nam

Hội Toán Học Việt Nam
Phiếu đăng kí hội viên

1. Họ và tên:

Khi đăng kí lại quí vị chỉ cần điền ở những mục có thay đổi trong khung màu đen này

2. Nam ☐ Nữ ☐
3. Ngày sinh:
4. Nơi sinh (huyện, tỉnh):
5. Học vị (*năm, nơi bảo vệ*):
   Cử nhân:
   Ths:
   TS:
   TSKH:
6. Học hàm (*năm được phong*):
   PGS:
   GS:
7. Chuyên ngành:
8. Nơi công tác:
9. Chức vụ hiện nay:
10. Địa chỉ liên hệ:

   E-mail:
   ĐT:

Ngày: Kí tên:

Hội phí năm 2011

Hội phí : 50 000 Đ ☐

Acta Math. Vietnam. 70 000 Đ ☐

Tổng cộng:

Hình thức đóng:

☐ Đóng tập thể theo cơ quan (tên cơ quan):

☐ Đóng trực tiếp/thư phát nhanh

☐ Gửi bưu điện (xin gửi kèm bản chụp thư chuyển tiền)

Ghi chú:
- Việc mua Acta Mathematica Vietnamica là tự nguyện và trên đây là giá ưu đãi (chỉ bằng 50% giá chính thức) cho hội viên (gồm 3 số, kể cả bưu phí).
- Gạch chéo ô tương ứng.

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 15 số 3 (2011)

Mục lục