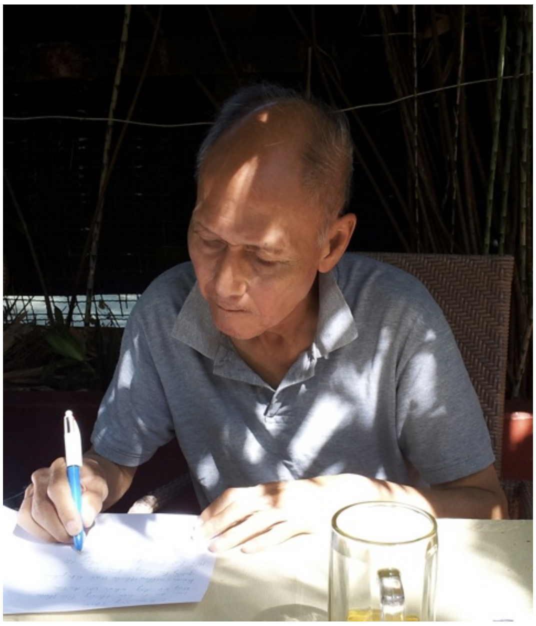
Hội Toán Học Việt Nam

THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 3 Năm 2015 Tập 19 Số 1



Thông Tin Toán Học
(Lưu hành nội bộ)

- Địa chỉ liên hệ

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***
Viện Toán Học
18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Email: `ttth@vms.org.vn`

Trang web:
`http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm`

Ảnh bìa 1. GS. Nguyễn Thanh Vân (1943-2015)
Nguồn: Internet

- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.

- Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode.

Trang web của Hội Toán học:
`http://www.vms.org.vn`

Về công trình của M. Bhargava: Đếm, đếm và đếm

Nguyễn Quốc Thắng (Viện Toán học)

Như trong thông báo của Liên đoàn Toán học Quốc tế đã nói: "Các công trình của M. Bhargava trong Lý thuyết Số đã có ảnh hưởng sâu sắc đến lĩnh vực này. Là một nhà toán học với khả năng sáng tạo siêu việt, anh luôn yêu thích những bài toán đơn giản có vẻ đẹp vĩnh cửu và giải quyết chúng bằng cách phát triển các phương pháp mới không những mạnh và đẹp mà chúng còn đưa ra những cách nhìn sâu sắc."

M. Bhargava sinh năm 1974 ở Canada, lớn lên ở Mỹ (và có nhiều thời gian sinh sống ở Ấn Độ, quê hương của cha mẹ anh), trong một gia đình trí thức mà mẹ của anh cũng là một giáo sư về toán tại Đại học Hofstra (New York). Thỉnh thoảng anh về thăm ông bà của mình ở Japer (Ấn Độ). Từ khi còn bé, anh đã có những biểu hiện phát triển sớm về toán học. Một lần, vào năm cậu bé Bhargava lên tám tuổi, cậu theo mẹ đi mua hàng ở siêu thị. Cậu bé ngạc nhiên khi nhìn thấy những đống cam được chất thành đống hình các kim tự tháp và tự hỏi có bao nhiêu quả cam như thế trong một đống. "Nếu 1 cạnh của kim thự tháp có độ dài là n, thì có tất cả bao nhiêu quả cam?" Sau mấy tháng vật lộn với bài toán, cậu bé đã tìm ra câu trả lời là $n(n+1)(2n+1)/6$.

Như Manjul kể lại, "đó là điều mà tôi rất mong muốn tìm hiểu. Đó không phải là phát minh gì mới, song nó là bài toán đầu tiên mà tôi tự giải quyết một mình như một cậu bé lên tám và việc giải quyết đó là kiểu suy nghĩ mà tôi chắc hẳn sẽ có trong tương lai, trong việc tìm hiểu số lượng các đối tượng cùng một loại nào đó chứa trong các không gian có hình dạng nào đó."

M. Bhargava. *Nguồn: Internet*

M. Bhargava đã nhận bằng tiến sĩ toán học tại Trường đại học Princeton, Mỹ, năm 2001 dưới sự hướng dẫn của GS. Andrew Wiles, người đã có công chính trong giải quyết trọn vẹn bài toán Fermat lớn, và trở thành giáo sư trẻ nhất nước Mỹ tại Đại học Princeton vào năm 2003, khi mới 29 tuổi. Có một điều thú vị là công cụ chính của Wiles trong việc giải quyết bài toán Fermat lớn là lý thuyết số học của các đường cong elliptic, và lần này, việc nghiên cứu số học của đường cong elliptic có vai trò trung tâm trong các thành tựu của Bhargava.

Anh đã phát triển các phương pháp mạnh trong lý thuyết hình học các số và áp dụng chúng để đếm các vành có hạng thấp và để chặn hạng trung bình của các đường cong elliptic. Luận án tiến sĩ của Bhargava đã đưa ra cách phát biểu mới cho lý thuyết của Gauss về việc hợp thành hai dạng toàn phương hai biến. Bằng cách nghiên cứu các quỹ đạo của nhóm $SL(2,\mathbf{Z}) \times SL(2,\mathbf{Z}) \times SL(2,\mathbf{Z})$ lên tích tenxơ bội ba của biểu diễn nguyên chính quy, anh chứng tỏ rằng các quỹ đạo đó tương ứng với các vành toàn phương (vành các số nguyên của các mở rộng toàn phương), cùng với một bộ ba các iđêan với tích là 1. Điều này đã cho phép nhận lại kết quả kinh điển của Gauss bằng một phương pháp rất độc đáo và kiến thiết. Mở rộng phương pháp này cho các vành lập phương, trùng phương và ngũ phương, anh đã cho ra phương pháp đếm các vành đó với biệt thức bị chặn.

Một trong những bài toán trung tâm của Lý thuyết Số hiện đại là nghiên cứu các điểm hữu tỷ trên các đa tạp đại số xác định trên các trường số học và đây là hướng nghiên cứu tiếp theo của Bhargava và các cộng sự. Anh đã cùng với một học trò của mình là A. Shankar nghiên cứu tác động và không gian quỹ đạo của nhóm $PGL(2,\mathbf{Z})$ lên trên không gian các dạng trùng phương hai biến để nghiên cứu về điểm hữu tỷ của đường cong elliptic. Nhắc lại rằng (mô hình affin của) một đường cong elliptic E trên **Q**, ở dạng Weierstrass đơn giản nhất được cho bởi phương trình $y^2 = x^3 + ax + b$, a, b là các số nguyên. Trên đường cong elliptic E người ta có thể trang bị cấu trúc nhóm và một trong những định lý quan trọng của Mordell-Weil nói rằng tập con tất cả các điểm hữu tỷ $E(\mathbf{Q})$ là một nhóm aben hữu hạn sinh, nên là tổng trực tiếp của nhóm con xoắn X (hữu hạn) và nhóm con tự do T với hạng r_E hữu hạn, được gọi là hạng của đường cong E. Các nhóm con xoắn T đã được phân loại hoàn toàn trong một công trình kinh điển của Mazur. Ở phần còn lại, hạng r_E là một bất biến của E rất khó nghiên cứu. Đã trải qua bao nhiêu thời gian, song cho tới bây giờ, người ta chưa biết tập tất cả các giá trị mà r_E có thể nhận là như thế nào. Ngay cả câu hỏi liệu r_E có thể lớn tùy ý hay không, cũng chưa có câu trả lời. Hạng r_E bí hiểm này còn có liên quan đến một giả thuyết nổi tiếng khác là Giả thuyết của Birch-Swinnerton-Dyer. Đây cũng là một trong các bài toán thiên niên kỷ được đưa ra bởi Viện Clay. Người ta có thể liên kết với đường cong elliptic E nói trên một hàm L_E, gọi là L-hàm của E, và một nhóm III_E, được gọi là nhóm Tate-Shafarevich của E. Cho Δ là biệt thức của đa thức x^3+ax+b, S là tập tất cả các ước nguyên tố của Δ và đặt $N_p := \mathrm{Card}\{(x,y) \mid y^2 = x^3 + ax + b \pmod p\}$, $a_p = p - N_p$. Khi đó

$$L_E(s) := \prod_{p \notin S} (1 - a_p p^{-s} + p^{1-2s})^{-1}.$$

Giả thuyết Birch-Swinnerton-Dyer (B-Sw): *Khai triển Taylor của hàm $L_E(s)$ tại $s = 1$ có dạng $L_E(s) = c(s-1)^r+$ hạng tử bậc cao hơn, với $c \neq 0$ và $r = r_E$ là hạng của E.*

Người ta cũng biết rằng nếu (B-Sw) là đúng thì nhóm III_E là hữu hạn, và người ta giả thuyết rằng nhóm III_E luôn là hữu hạn mặc dầu trong một khoảng thời gian dài người ta không tìm được một ví dụ nào chứng tỏ rằng nhóm III_E có thể là hữu hạn! Tuy nhiên đến năm 1989, độc lập và đồng thời, Kolyvagin (Finiteness of $E(Q)$ and $\mathrm{III}(E,Q)$ for a subclass of Weil curves. *Math. USSR Izvestya* 32 (1989), 523 - 541) và Rubin (Tate-Shafarevich groups and L-functions of elliptic curves with complex multiplication. *Invent. Math.* 89 (1987), no. 3, 527–559) đã tìm ra những lớp đường cong elliptic E với nhóm III_E hữu hạn và kiểm tra giả

thuyết B-Sw cho các lớp đường cong đó. (Lý thuyết của Kolyvagin, còn gọi là hệ Euler, và Rubin mang tính đột phá cao mà sau này chính A. Wiles đã từng thử sử dụng để chứng minh định lý Fermat lớn nhưng không thành công.)
Thay vì xét trực tiếp một lớp các đường cong elliptic cụ thể, Bhargava và Shankar đã khảo sát các đường cong theo một họ với độ cao làm mốc. Ở đây, các số a, b ở trên được chọn (một cách duy nhất) sao cho với mọi số nguyên tố p, nếu p^4 là ước của a thì p^6 không là ước của b. Khi đó độ cao được định nghĩa là $H_E := \max(4|a|^3, 27b^2)$.
Khi đó họ đã đưa ra các đánh giá tinh tế về số các quỹ đạo nguyên với độ cao bị chặn để đưa ra các đánh giá về chặn cho hạng trung bình của đường cong elliptic.

Định lý. (Bhargava [1]) *Một phần dương các đường cong elliptic khi được sắp theo độ cao, đều có hạng r =0 và cũng một phần dương các đường cong elliptic khi được sắp theo độ cao, đều có hạng r =1.*

Và sau khi mở rộng phương pháp đó, Bhargava đã chứng minh rằng “phần lớn“ các đường cong hyperelliptic với giống lớn hơn hay bằng 2 không chứa điểm hữu tỷ nào. Cùng với các đồng nghiệp khác, Bhargava đã chứng minh rằng

Định lý. (Bhargava-Skinner-Zhang [2]) *Phần lớn các đường cong elliptic khi được sắp theo độ cao, đều thỏa mãn Giả thuyết B-Sw. Chính xác hơn, ta có*

$$\liminf_{X\to\infty} A(X)/B(X) > 66.48\%,$$

với $A(X) := \mathrm{Card}\{E/\mathbf{Q} : \mathrm{rk}(E) = r,\ \mathrm{III}_E$ *hữu hạn và* $H_E < X\}$, $B(X) := \mathrm{Card}\{E/\mathbf{Q} : H_E < X\}$.

Cần chú ý rằng lý thuyết của Bhargava và các đồng nghiệp đã được xây dựng trên các trường số, tức là trường toàn cục đặc số không. Để cho lý thuyết được xây dựng một cách trọn vẹn, người ta tìm cách khảo sát nốt trường hợp của trường hàm toàn cục đặc số $p > 0$. Chủ đề này đã nóng đến mức gần đây, vào chuỗi bài giảng vào mùa hè (cũng khá nóng) lần thứ hai tại Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán (2012), GS. Ngô Bảo Châu đã tổ chức một xemina về một số công trình cơ bản của Bhargava và Shankar. Về đại thể, một số bước căn bản trong chứng minh Bổ đề Cơ bản cũng là giải quyết bài toán "đếm điểm" trên các không gian moduli (chính xác hơn là các "đống" (stack)) và phương pháp hình học được đưa ra trong chứng minh của Bổ đề Cơ bản là rất tổng quát và vì thế có thể áp dụng được ở đây. Trong buổi xemina cuối cùng, GS. Châu đã phác thảo một cách tiếp cận đối với bài toán về hạng trung bình của đường cong elliptic thông qua "triết học" của Bổ đề cơ bản. Cách đây không lâu, GS. Ngô Bảo Châu và các học trò của mình đã công bố một số kết quả mở rộng các kết quả của Bhargava và Shankar cho trường hàm toàn cục trong bài báo [5].

Tài liệu tham khảo

1. M. Bhargava, Rational points on elliptic curves, Plenary Talk, ICM Seoul 2014 (slides).
2. M. Bhargava, C. Skinner, W. Zhang, A majority of elliptic curves over $\mathbb{Q}$ satisfy the Birch and Swinnerton-Dyer conjecture, arXiv:1407.1826v2.
3. http://www.imu. org
4. http://www.claymath.org/sites/default/files/birchswin.pdf
5. Q. P. Ho, B. V. Le Hung, B. C. Ngo. Average size of 2-Selmer groups of elliptic curves over function fields. arXiv:1310.7963

Đời sống toán học

Ở nước Việt Nam Dân chủ Cộng hòa

(tiếp theo và hết)

Alexander Grothendieck

IV. Sau khi liệt kê một loạt những khó khăn về mặt vật chất ảnh hưởng đến sự phát triển của nền khoa học ở nước Việt Nam DCCH, tôi xin trở lại với «Định lí về sự tồn lại» mới được các đồng nghiệp Việt Nam của chúng ta phát biểu và vượt qua tất cả các khó khăn để chứng minh nó, để thấy rằng có một nền khoa học và cụ thể hơn là một nền toán học ở nước Việt Nam DCCH. Tôi đã thấy ở tất cả những đồng nghiệp trẻ mà tôi có dịp nói chuyện với họ một tinh thần tuyệt vời: một khát khao mãnh liệt nhằm nâng cao kiến thức và có thể thực hiện những công trình nghiên cứu có ích bằng khả năng của chính mình. Rất nhiều người trong số họ có mối quan tâm không quá xa phạm vi hiểu biết của tôi đã gây ấn tượng đối với tôi về sự nghiêm túc đối với nghiên cứu.

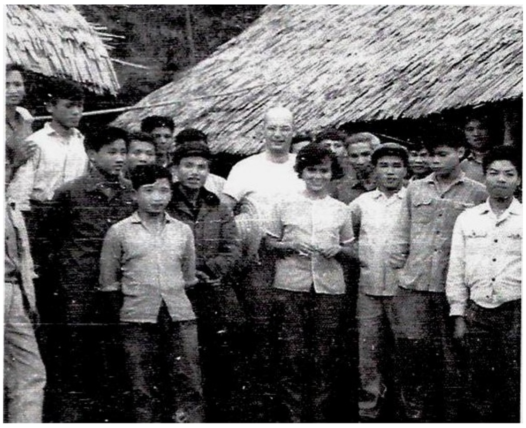
Chẳng hạn như anh Đoàn Quỳnh, 33 tuổi, người dịch các bài thuyết trình của tôi, đã có sáu năm học ở Liên Xô. Do không có định hướng, những người phụ trách ở Việt Nam đã giới thiệu cho thầy hướng dẫn là một nhà toán học Nga, chuyên gia về Hình học vi phân cổ điển, một người chưa từng nghe nói đến những công trình của Chern. Việc thay đổi người hướng dẫn là không thể, và chỉ sau khi trở về từ Liên Xô Quỳnh mới có thể học được trong một hoàn cảnh gần như hoàn toàn cô lập những kiến thức thật sự cần thiết cho ngành của mình như lí thuyết nhóm Lie và đại số Lie của không gian Riemann đối xứng và tôpô của chúng. Trước khi chiến tranh leo thang, anh đã công bố một công trình nhỏ về đối đồng điều của một loại không gian Riemann thuần nhất của nhóm Lie compact trên tạp chí Doklady. Gần đây, anh viết một bài báo nghiên cứu mô tả những không gian Riemann thuần nhất mới có độ cong dương. Công trình này sắp được xuất bản bằng tiếng Việt. Tôi đã chuyển một bản thông báo ngắn về kết quả của Quỳnh cho Berger, một chuyên gia trong lĩnh vực này để đăng trong trong tạp chí Comptes Rendus, và đúng như tôi dự đoán, Berger cho rằng những kết quả của bản thông báo này thú vị và thuyết phục. Ông ấy hứa với tôi rằng sẽ liên lạc với Quỳnh để hỏi thêm chi tiết về các chứng minh và thảo luận với anh ta một số vấn đề nảy sinh từ bản thông báo.

Một nhà toán học trẻ khác là anh Hạo, 28 tuổi, nghiên cứu về nhóm rời rạc với Kurosh và đã bảo vệ luận án tiến sĩ về những định nghĩa siêu hạn khác nhau của khái niệm lũy linh và tính giải được của những nhóm này. Anh ta đã công bố các kết quả về đề tài này trong thời kì chiến tranh leo thang. Anh ta đã đọc một bài báo rất cơ bản về các nhóm hữu hạn liên kết với các nhóm Lie phức nửa đơn của Chevalley trong tạp chí Tohoku Math. Journal, muốn mở rộng phạm vi hiểu biết của mình và quan tâm đặc biệt đến nhóm siêu hạn. Anh ta cũng tạo cho tôi một ấn tượng tuyệt vời.

Đối với tôi, họ là hai nhà đại số có vốn kiến thức vững chắc nhất trong số những người mà tôi đã nói chuyện với họ, và có lẽ cũng thuộc những người có tư chất tốt nhất. Tôi cũng đã nói chuyện với các giảng viên trẻ hơn, trong đó có một vài người mong muốn được nghiên cứu đại số đồng điều nhưng rõ ràng thiếu định hướng để bắt đầu.

Hiện nay, trong số những đồng nghiệp của chúng ta ở nước Việt Nam DCCH, có những nhà toán học quan tâm đến những chuyên ngành rất khác nhau và có tầm quan trọng khác nhau trong Toán học như :

- Xác suất
- Phương pháp tính
- Logic, Lập trình.
- Phương trình vi phân và đạo hàm riêng.
- Giải tích hàm.
- Tô pô đại cương (một học trò của Smirnov), Hình học phi Euclide.
- Đại số (Lí thuyết nhóm, Đại số đồng điều).
- Hình học vi phân.
- Lí thuyết số (một học trò của Gelfond).
- Hàm thực một biến.
- Hàm phức một biến.



A. Grothendieck và các học viên ở nơi sơ tán.
Nguồn: Internet

Những người bạn Việt Nam, và đặc biệt là những nhà toán học có trình độ mà tôi đã nói chuyện, đều nhận thức được những hạn chế của một sự phân tán lực lượng như vậy. Ngoài một vài chuyên gia về giải tích đã tìm được những mối quan tâm chung, điều này làm cho mỗi nhà toán học Việt Nam bị cô lập với những người khác và trên thực tế không có khả năng trao đổi khoa học thực sự cả ở trong nước lẫn với bên ngoài (trừ khi họ đang nghiên cứu ở nước ngoài). Họ cũng đồng ý với quan điểm của tôi là sẽ tốt hơn nếu các nhà toán học tập hợp lại xung quanh một vài chủ đề then chốt của toán học hiện đại như là Hình học đại số và Tôpô (bên cạnh Giải tích). Nhưng với những nhà toán học đã định hình, việc này đòi hỏi một nỗ lực đổi mới mà chỉ có những người giỏi nhất mới sẵn sàng và có khả năng thực hiện. Cần phải có một sự kết tinh các mối quan tâm để thay đổi một cách dần dần, bắt đầu từ những nhà toán học trẻ đang trưởng thành (tuy nhiên, những người giỏi nhất trong số họ theo thông lệ lại đang được đào tạo ở nước ngoài). Tôi thấy rõ ràng rằng trong mọi trường hợp thì việc nhóm các nhà toán học lại là vấn đề cốt lõi cho sự tiến hóa về chất của nền toán học Việt Nam để tương xứng với số lượng nghiên cứu đáng kinh ngạc về lượng của những người bạn Việt Nam. Đây hiển nhiên là một vấn đề khó khăn, một mặt do hoàn cảnh khắc nghiệt của chiến tranh và mặt khác do sức ì của những thứ đang tồn tại, mặc dù người ta ý thức được rõ ràng những nhược điểm của tình trạng này. Dù vậy, sau những gì tôi thấy ở nước Việt Nam DCCH, tôi tin rằng chúng ta có thể tin tưởng ở những người bạn Việt Nam và sẽ không có gì đáng ngạc nhiên nếu sau mười hay mười lăm năm tới chúng ta chứng kiến một sự nở hoa thực sự của nền khoa học Việt Nam từ những gì chúng ta thấy đang ẩn hiện ngày nay.

V. Tôi muốn nói vài lời về ấn tượng của mình đối với không khí chung trong trường Đại học Tổng hợp và đặc biệt giữa các nhà toán học. Theo tôi, không khí ở đây luôn tự nhiên và thân thiện. Mối liên hệ giữa tôi và các đồng nghiệp Việt Nam được thiết lập ngay lập tức và trôi chảy. Điều này chứng minh một lần nữa một sự thật rằng khi hai nhà toán học từ bất kì đâu trên thế giới gặp nhau, thì họ sẽ bắt đầu nói về toán học và sau đó thấu hiểu nhau. Bất kỳ lúc nào, tôi không mảy may nhận thấy một chút dấu vết của sự bài ngoại dù là đối với Pháp hay Mỹ, mặc sự bạo hành của các đội quân xâm lược (Nhật, Pháp, Mĩ, . . .) đã để lại những hậu quả sâu sắc cho mọi người trong gần ba mươi năm qua.

Tuy không thể phủ nhận quyền lực của nhiều loại quan chức trong cấu trúc đại học cũng như xu hướng điều hành tập trung đời sống khoa học cũng như ở các chỗ khác, mối quan hệ giữa các nhà chức trách (bộ trưởng, hiệu trưởng, trưởng khoa, chủ nhiệm bộ môn) với các giảng viên thông thường khá đơn giản và thân thiện. Có vẻ như không có một sự khác biệt nghiêm trọng về lương và mức sống giữa họ: lương của một trợ giảng là 80 đồng một tháng (khoảng 8000 francs), trong lúc tiền ăn của một người mất 20 đồng; lương của Hồ Chí Minh là 250 đồng. Các nhà chức trách Việt Nam tạo cho tôi ấn tượng về một tinh thần cởi mở và thấu hiểu những điều kiện chung cần thiết cho nghiên cứu khoa học. Tôi đã có nhiều dịp gặp ông Tạ Quang Bửu, bộ trưởng Bộ Giáo dục Đại học và Trung học chuyên nghiệp và cũng là một nhà toán học như tôi đã nói trước đây. Đó là một người đặc biệt thông minh, có văn hóa và hiểu biết. Dù thực chất tự học toán, nhưng ông là một trong những nhà toán học Việt Nam có hiểu biết toán học đa dạng và vững vàng nhất, từ Giải tích hàm đến máy logic của Turing. Ông đã từng là giáo viên trong vài năm trước khi đảm nhiệm chức vụ hiện nay. Mặc dù công việc bận rộn của mình, và cũng một phần vì muốn làm gương cho mọi người, ông đã tham dự tất cả các bài giảng của tôi trong tuần đầu tiên ở Hà Nội, và là một trong số hiếm những người nghe thể hiện sự có mặt của mình bằng những câu hỏi cắt ngang. Nhân đây, tôi muốn kể lại một chuyện mà mọi người dân Việt Nam đều biết là Thủ tướng của họ, ông Phạm Văn Đồng đã từng theo một khóa học buổi tối ở trường Đại học Bách Khoa Hà Nội trong vòng một hay hai năm, dù nhiệm vụ công tác của ông khá là nặng nề trong thời gian này. Đầu chuyến thăm Việt Nam, tôi được ông Phạm Văn Đồng tiếp cùng với ông Tạ Quang Bửu và hai quan chức của Đại học Sư phạm và Đại học Tổng hợp. Nhân dịp này, mọi người đều khẳng định với tôi rằng về nguyên tắc họ đồng ý gửi những nhà toán học trẻ đến Pháp để học Hình học đại số với tôi nếu trong những ngày ở đây, tôi gặp được những người trẻ có khả năng tận dụng cơ hội này.

Nói chung, tôi có thể nhận thấy những nhà lãnh đạo cũng như các quan chức cấp cao đều tin rằng nghiên cứu khoa học, ngay cả nghiên cứu lí thuyết chưa có ứng dụng thực tế ngay lập tức, không phải là một thứ xa xỉ, và rằng cần phải ưu tiên nghiên cứu khoa học lí thuyết cũng như các nhiệm vụ phát triển giáo dục và khoa học ứng dụng ngay từ bây giờ chứ không cần phải chờ đến một tương lai tốt đẹp hơn. Các nhà toán học Việt Nam chắc chắn có được sự hỗ trợ chặt chẽ của các nhà lãnh đạo và các nhà chức trách ở các trường đại học để thực hiện mong muốn tạo ra các công trình thật sự. Tiếc thay, những người này lại không thể làm chủ được hoàn cảnh vật chất rất khó khăn do chiến tranh gây ra. Mặt khác, độc lập với hoàn cảnh chiến tranh, họ không phải là những người duy nhất có tiếng nói trong vấn đề này. Tôi cảm thấy, bên cạnh các chi bộ Đảng mà thường những người phụ trách chắc chắn biết khá mơ hồ về những điều kiện cần thiết để phát triển một ý tưởng khoa học độc đáo, có rất ít sự thấu hiểu đối với vấn đề này. Hình như, phong cách làm việc và không khí chung bị tác động bởi nhóm người sau hơn là những người lãnh đạo.

Ví dụ như, tôi quan sát thấy rằng trái với các công trình tập thể, các công trình cá nhân bị một bộ phận trong cộng đồng đại học nhìn một cách đố kị. Họ dường như quên rằng không có một ý tưởng độc đáo nào mà không do cá nhân suy nghĩ ra. Đồng thời, với cùng suy nghĩ đó, có một xu hướng đánh giá giá trị của một seminar theo số người tham dự. Điều này làm nản chí những người trẻ sẵn sàng tự làm một seminar về một vấn đề khó và đòi hỏi một nỗ lực nghiêm túc về mặt tri thức bởi một seminar như vậy, trong bối cảnh hiện hành, chỉ có rất ít người tham gia. Chúng ta cần ghi nhớ điều kiện làm việc rất khác biệt của các đồng nghiệp Việt Nam, rằng họ không thể làm một seminar như là công việc riêng của hai hay ba người (các đề án riêng không tồn tại ở Việt Nam DCCH trong hoàn cảnh hiện tại!) mà không có sự cho phép chính thức. Một seminar với ít người tham dự có nguy cơ bị coi là không hợp lí. Ở đây có sự mâu thuẫn rõ ràng giữa những yêu cầu về số lượng và về chất lượng đối với những ý tưởng sáng tạo, những yêu cầu thường đối lập nhau. Chúng ta cần phải hi vọng rằng sự mơ hồ của một vài quan chức chính trị giữa hai loại yêu cầu trên chỉ là một hiện tượng nhất thời và sẽ giảm đi khi trình độ văn hóa chung được nâng cao. Nhất thời, nó góp phần vào những trở ngại khác vốn đã rất nghiêm trọng mà các nhà toán học ở nước Việt Nam DCCH phải vượt qua để hoàn thành tốt công việc. Dù vậy, một vài người trong số họ vẫn làm ra các công trình có ích và điều đó cho chúng ta thêm một lí do để tin tưởng ở họ và cố gắng hết sức giúp đỡ họ trong những nhiệm vụ khó khăn.

A. Grothendieck ở khu sơ tán. *Nguồn: Internet*

VI. Tôi sẽ nói đến phần có lẽ là quan trọng nhất của bài thuyết trình này: Liệu chúng ta thực sự có khả năng giúp đỡ những người bạn Việt Nam, và nếu có thì bằng cách nào ?

Với câu hỏi đầu tiên, tôi chắc chắn rằng câu trả lời là có. Việc gửi sách đến trường Đại học Tổng hợp (hay tốt hơn, tới trường Đại học Tổng hợp và các trường Đại học Sư phạm), được tổ chức từ mùa xuân này, chắc chắn có ích với họ. Ngoài những quyển sách cũ, hẳn phải có từ thời Pháp thuộc, thư viện của trường Đại học Tổng hợp Hà Nội chỉ chứa một ít sách tiếng Nga hoặc tiếng Trung, và rất hiếm sách của các nước phương Tây. Ở đây, người ta không biết đến sự tồn tại của những quyển sách cơ bản (ví dụ như: sách của Helgason về Không gian Riemann đối xứng). Sự giúp đỡ mà chúng ta cố gắng mang tới cho những người bạn ở nước Việt Nam DCCH là một sự động viên không nhỏ về mặt tinh thần đối với họ mà chúng ta không thể không tính đến. Hơn nữa, những quyển sách này có thể thực sự là những công cụ vô cùng hữu ích mà họ khó có được bằng những nguồn khác. Cần phải nói rằng những quyển sách này chỉ có ích khi chúng đến đúng chỗ và người ta biết đến sự tồn tại cũng như nội dung của chúng.

Về việc này, tôi nghĩ cách thức hỗ trợ cấp thiết nhất cho những nhà toán học của nước Việt Nam DCCH là chúng ta giúp họ định hướng trong Toán học bằng mọi cách tạo lập và giữ gìn liên lạc (trao đổi thư từ hoặc viếng thăm). Tôi có ấn tượng rằng sự thiếu liên lạc với bên ngoài chính là điều trở ngại chính trong số vô vàn những thứ mà họ phải đối mặt. Thực tế, có vẻ như ngay cả những người trở về từ Liên Xô cũng không giữ liên lạc thư từ với thầy hướng dẫn cũ. Tôi có cảm giác rằng điều này trước hết là do sự nhút nhát của học viên đối với thầy cũ và sau đó là do sự dè dặt ngấm ngầm hay chính thức của chính quyền đối với sự trao đổi khoa học với nước ngoài. Trong mọi trường hợp, tôi đã không bỏ lỡ bất kì cơ hội nào trong những ngày ở nước Việt Nam DCCH để động viên những người đối thoại với mình rằng đừng ngần ngại liên lạc với tôi, hay với bất cứ nhà toán học nào mà theo họ là có khả năng trả lời các câu hỏi (về kĩ thuật hay định hướng chung) mà họ có. Tôi cũng đảm bảo với họ rằng tôi tin chắc những đồng nghiệp của tôi cũng giống tôi sẽ trả lời tất cả thư mà họ nhận được. Tôi cũng nhận được lời đảm bảo từ nhiều trong số họ rằng họ sẽ viết cho tôi nếu cần và họ hiểu rằng nếu bản thân tôi không đủ khả năng, tôi sẽ chuyển thư của họ đến những nhà toán học mà theo tôi là có khả năng trả lời họ nhất.

Về việc thăm nước Việt Nam DCCH của các nhà toán học nước ngoài, tôi cũng đã nói rằng không thể tính đến trong tương lai gần vì sự gia tăng của các vụ đánh bom từ tháng mười và dự kiến còn tiếp tục trong tương lai. Sẽ dễ dàng hơn và chắc chắn là có ích hơn nếu chúng ta có thể tiếp đón một số bạn đồng nghiệp Việt Nam tại Pháp. Mặc dù trong vòng mười năm qua, không có một nhà toán học trẻ hay một sinh viên toán Việt Nam nào được gửi sang các nước tư bản để học hay hoàn thiện việc học của họ, những quan chức chính phủ (như tôi đã nói) đã bày tỏ với tôi sự ủng hộ cho một khả năng như vậy trong tương lai gần. Từ những sự bày tỏ đó, tôi tự mình lập một danh sách gồm ba nhà toán học trong những người mà theo tôi là có năng khiếu nhất, những người mong muốn nghiên cứu Hình học Đại số. Đó là anh Quỳnh, anh Hạo và chị Sính mà tôi đã có cơ hội nhắc đến. Tôi đề nghị gửi họ sang Pháp để họ có thể làm việc với tôi trong khoảng ba hoặc bốn năm, một khoảng thời gian đủ để tìm hiểu đề tài và làm một luận văn tốt, sao cho khi họ trở về Việt Nam, họ có thể trở thành hạt nhân của một Trường phái (viết hoa) Hình học đại số trong tương lai ở nước Việt Nam DCCH. Đây sẽ là bước đi đầu tiên thực sự hiệu quả để chống lại sự phân tán các nhà toán học Việt Nam trên quá nhiều đề tài đôi khi có tầm quan trọng thứ yếu, điều mà những người bạn của chúng ta ở nước Việt Nam DCCH hiện nay cũng tự thấy không hài lòng. Sẽ không có bất cứ khó khăn nào về mặt tài chính trong kế hoạch này, vì ông Le Guern, tùy viên văn hóa Pháp ở Hà Nội, đã đảm bảo với tôi rằng cho đến nay nhà nước Việt Nam DCCH vẫn chưa (và còn lâu mới) tận dụng hết số lượng học bổng mà nhà nước Pháp thỏa thuận dành cho khoa học Việt Nam.

VII. Tôi phải nói thêm vài lời về sự đón tiếp hết sức nồng nhiệt mà tôi đã nhận được trong suốt những ngày ở Việt Nam, từ tất cả những người mà tôi đã có cơ hội gặp gỡ. Không một ai không để lại cho tôi kỉ niệm về sự ấm áp và thiện cảm, từ những đồng nghiệp ở Đại học Tổng hợp Hà Nội hay Đại học Sư phạm, các viên chức của Bộ phận Quan hệ Văn hóa ở Hà Nội, tới 'thiên thần hộ mệnh', ông Liên người được Ủy ban Khoa học Nhà nước cử giúp tôi, hay bác Thi đầu bếp, người mà tôi đã làm thất vọng vì ít việc do thói ăn đơn giản của tôi, và nhiều người khác. Sự đón tiếp này, trong những hoàn cảnh tương đối đặc biệt, đã góp phần làm cho những ngày của tôi ở Việt Nam trở thành một trải nghiệm đáng nhớ và phong phú vô cùng.

Chuyến đi của Grothendieck mở đầu cho một loạt các hợp tác giữa các nhà toán học Việt Nam và Pháp. Trong ảnh là GS. Tạ Quang Bửu và vợ chồng GS. Laurent Schwartz trong một lần thăm Việt Nam. *Nguồn: Internet*

VIII. Giữa vô số những ấn tượng mà tôi mang về từ chuyến thăm Việt Nam, ấn tượng mạnh nhất có lẽ là niềm tin một cách bình thản với tương lai mà tôi nhận thấy ở tất cả những người mà tôi có cơ hội được nói chuyện. Rõ ràng là niềm tin này không phải là một phông cảnh phô trương đối với người nước ngoài hay với người khác mà là một tình cảnh sâu sắc có cội rễ từ ba mươi năm đấu tranh của nhân dân Việt Nam vì độc lập và vì sự nghiệp xây dựng một xã hội mới. Dù cho các thành phố và cơ sở công nghiệp phần lớn đã bị tàn phá nặng nề trong thời kì leo thang chiến tranh bởi người Mỹ, niềm tin này trái lại không hề bị lay động. Kinh nghiệm cho họ thấy rằng họ vẫn có thể tiếp tục sống đàng hoàng và có ích cho xã hội trong hoàn cảnh như vậy, và họ có thể bắt đầu chuẩn bị cho thời kỳ hòa bình giữa thời khắc gay go nhất của cuộc chiến dù cuộc chiến này có thể kéo dài thêm mười năm nữa (tình huống được tuyên bố là hoàn toàn có thể xảy ra theo tuyên truyền chính thức của nước Việt Nam DCCH).

Những người bạn Việt Nam của chúng ta ở mọi nghề nghiệp và mọi thang bậc chức sắc nhận thức được rằng tài nguyên thực sự quan trọng của một quốc gia nằm trong chất lượng các công dân của họ. Bằng những nỗ lực chưa từng có trong lịch sử, họ đã thành công trong việc nâng cao trình độ văn hóa và chuyên môn của công dân ngay cả khi phần lớn đất nước của họ đã bị tàn phá bởi nước công nghiệp hùng mạnh nhất trên thế giới. Họ hiểu rằng một khi chiến tranh kết thúc, họ sẽ có những con người có đầy đủ những phẩm chất chuyên môn và đạo đức để xây dựng lại đất nước. Đó là những con người mà phần lớn trong số họ đã được đào tạo và thử thách dưới làn bom đạn chống lại cuộc chiến của người Mỹ. Họ tràn đầy tự tin và đó là lý do tốt nhất để chúng ta tin tưởng ở họ và cuộc đấu tranh của họ trên mọi mặt trận, từ văn hóa đến kinh tế và quân sự.

Người dịch: **Lê Thị Hải Yến** (Viện Toán học)

TRUNG TÂM VẬT LÝ LÝ THUYẾT QUỐC TẾ ABDUS SALAM (ICTP)

Ngô Lâm Xuân Châu (Đại học Quy Nhơn)

Cách đây 50 năm, *Trung tâm Vật lý lý thuyết quốc tế* (ICTP) được thành lập tại thành phố Trieste, nước Ý. Đây là một trung tâm nghiên cứu vật lý và toán học hoạt động dưới sự đồng ý của ba bên là *Chính phủ Ý, Tổ chức Giáo dục, Khoa học và Văn hóa của Liên hợp quốc* (UNESCO) và *Cơ quan năng lượng nguyên tử quốc tế* (IAEA). ICTP có nhiệm vụ thúc đẩy sự phát triển những nghiên cứu cao cấp về vật lý và toán học, đặc biệt ở các nước đang phát triển, thông qua việc tổ chức nhiều chương trình khoa học hàng năm và tạo môi trường làm việc quốc tế cho các nhà khoa học khắp nơi trên thế giới.

Ý tưởng thành lập ICTP được đưa ra thảo luận trong một seminar về vật lý hạt cơ bản do Khoa Vật lý, Đại học Trieste tổ chức năm 1960 trong lâu đài Miramare thuộc công viên Miramare. Giám đốc đầu tiên của ICTP là Abdus Salam (1926-1996), nhà vật lý đoạt giải Nobel người Pakistan. Ông là người đi đầu trong việc xúc tiến thành lập trung tâm thông qua IAEA. Lúc đầu ICTP được đặt trong thành phố Trieste. Năm 1968, ICTP được chuyển về gần công viên Miramare cách trung tâm thành phố khoảng 10 km và đặt cố định ở đó cho đến nay. Trên cương vị giám đốc đầu tiên trong suốt 30 năm (1964-1994) và sau đó là chủ tịch của ICTP (1994-1996), ông đã hoạt động không ngừng nghỉ trong việc tạo những cơ hội nghiên cứu cho các nhà khoa học đến từ những nước nghèo. Trong lĩnh vực nghiên cứu của mình ông đã xuất bản trên 300 bài báo về vật lý hạt cơ bản mà đỉnh cao là công trình đã mang lại cho ông giải thưởng Nobel vật lý năm 1979. Có thể nói ông là một trong những hình mẫu đặc biệt cho cộng đồng chính trị và khoa học quốc tế trong việc giảm khoảng cách giữa các nước đang phát triển và các nước phát triển. Năm 1997, ICTP đổi tên thành *Trung tâm Vật lý lý thuyết quốc tế Abdus Salam* để ghi nhớ những đóng góp của ông cho sự thành lập và phát triển của trung tâm.

Hiện nay ICTP có 6 phòng nghiên cứu: *Vật lý năng lượng cao, vũ trụ và hạt thiên thể; Vật lý chất rắn và thống kê; Toán học; Vật lý trái đất; Vật lý ứng dụng; Các lĩnh vực nghiên cứu mới*. ICTP có nhiều chương trình khoa học khác nhau, trong đó có chương trình đào tạo tiền nghiên cứu sinh (Pre-PhD program). Chương trình này đào tạo 12 tháng (bắt đầu từ 1/9 năm trước đến 31/8 năm sau) cho những sinh viên giỏi và trẻ đến từ các nước đang phát triển muốn theo đuổi một trong các lĩnh vực như *Vật lý chất rắn, Vật lý năng lượng cao, Vật lý trái đất và Toán học*. Sinh viên học chương trình này được miễn học phí và được cấp học bổng hàng tháng cùng với chi phí đi lại. Sau một năm học ở đây, sinh viên có thể nộp đơn xin vào một chương trình nghiên cứu sinh thực sự ở các nước Châu Âu và Mỹ. Các sinh viên với kết quả học tập tốt sẽ được các giáo sư có uy tín ở đây viết thư giới thiệu đến các nước khác để làm nghiên cứu sinh. Trung tâm thực sự là một cầu nối cho các sinh viên có khả năng nhưng không có điều kiện tiếp cận với khoa học và giáo dục tiên tiến ở nước mình. Đây là một trong những mục đích của ICTP trong việc thúc đẩy sự phát triển khoa học ở các nước đang phát triển.

Cho đến nay, có nhiều nhà khoa học của Việt Nam đã đến làm việc tại ICTP theo các chương trình ngắn hoặc dài hạn, chủ yếu trong các lĩnh vực Vật lý và Toán học. Chính họ đã giới thiệu và giúp cho hàng chục sinh viên trẻ của Việt Nam tham gia vào chương trình tiền nghiên cứu sinh của ICTP. Nhiều người trong số họ đã trưởng thành từ chương trình này và quay trở lại công tác tại các cơ sở giáo dục và nghiên cứu của Việt Nam. Cho đến nay đã có một số lượng đáng kể sinh viên Việt Nam tốt nghiệp chương trình này.

- Toán học: 18 người (từ năm 1992)
- Vật lý chất rắn: 24 người (từ năm 1992)
- Vật lý năng lượng cao: 13 người (từ năm 1994)
- Vật lý trái đất: 3 người (từ năm 2010).

Ngoài ra, ICTP còn xét và trao giải thưởng hằng năm để vinh danh các nhà khoa học trẻ, chủ yếu đến từ các nước đang phát triển, có thành tích xuất sắc trong các lĩnh vực vật lý và toán học. Các giải thưởng hiện có là *Giải thưởng ICTP* (trao lần đầu năm 1983, dành cho lĩnh vực vật lý và toán học), *Huy chương Dirac* (trao lần đầu năm 1985, dành cho lĩnh vực vật lý), *giải thưởng ICO/ICTP* (trao lần đầu năm 2000, dành cho lĩnh vực quang học) và *Giải thưởng Ramanujan* (kết hợp với Liên đoàn Toán học Quốc tế IMU, trao lần đầu năm 2005, dành cho lĩnh vực toán học). Người Việt Nam đầu tiên nhận giải thưởng ICTP là cô Lê Hồng Vân (1991) với công trình sâu sắc của mình về sự định cỡ được áp dụng vào lý thuyết mặt cực tiểu và các đa tạp con Lagrange. Hy vọng rằng danh sách người Việt được ICTP trao tặng giải thưởng sẽ được bổ sung trong tương lai.

Nhân dịp kỉ niệm 50 năm thành lập ICTP, người viết bài này muốn gửi lời chúc mừng đến ICTP về sự thành công và phát triển. Cám ơn mọi người ở ICTP đã tạo mọi điều kiện cho chúng tôi học tập trong những ngày đầu trên đất Ý. Những kỉ niệm về ICTP, về thành phố biển Trieste xinh đẹp sẽ được chúng tôi nhớ mãi mỗi khi nhắc đến nơi này.

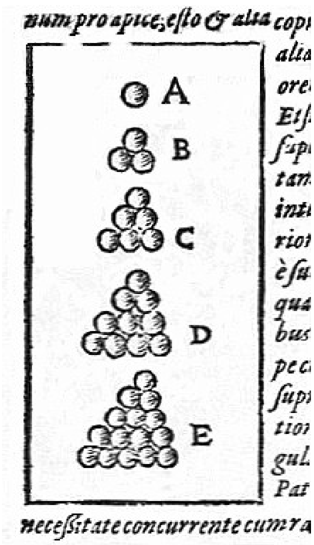
Giả thuyết Kepler đã được chứng minh một cách hình thức

Hoàng Lê Trường (Viện Toán học)

Việc một bài toán đã tồn tại 400 năm nay được chứng minh bằng máy tính có thể mở ra một kỷ nguyên mới cho toán học, trong đó máy tính thực hiện các công việc kỹ năng để giải phóng con người cho những suy luận sâu sắc hơn.

Bài toán này là một câu hỏi quen thuộc với những người bán hoa quả ở khắp mọi nơi: Xếp những quả cam thế nào là tốt nhất? Năm 1611, nhà toán học và thiên văn học người Đức Johannes Kepler cho rằng cách sắp xếp theo hình kim tự tháp là hiệu quả nhất, nhưng không thể chứng minh được điều này.

Suy diễn trực giác của Kepler (mà ngày nay được gọi là giả thuyết Kepler) có thể phát biểu về mặt toán học như sau: Cách thức xếp các khối cầu cùng kích thước trong không gian theo kiểu hình kim tự tháp có mật độ chiếm không gian trung bình lớn nhất trong tất cả các cách xếp. Mật độ trung bình của kiểu xếp này có thể tính chính xác là $\pi/3\sqrt{2}$. Giả thuyết này là một phần của vấn đề thứ 18 trong danh mục 23 vấn đề nổi tiếng do Hilbert nêu ra năm 1900. Có thể xem cuốn sách [4] để thấy tầm ảnh hưởng của giả thuyết Kepler trong lịch sử toán học.



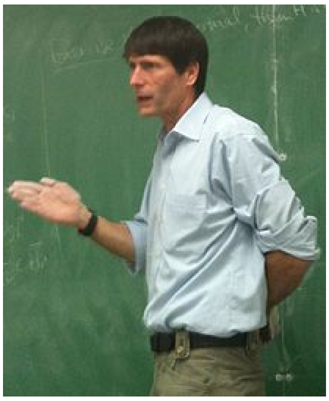
Một lược đồ trong quyển "Strena Seu de Nive Sexangula" (1611) của Kepler minh họa cho giả thuyết Kepler. *Nguồn: Internet*

Gần đây, Thomas Hales, giáo sư của Đại học Pittsburgh, Pennsylvania, thông báo đã hoàn thành một nỗ lực hùng tráng nhằm chứng minh một cách hình thức suy diễn trên của Kepler. Ông nói "Vai tôi đã trút được một gánh nặng khổng lồ" và "Tôi bỗng nhiên cảm thấy trẻ ra mười tuổi!" Tại sao Hales lại nói như vậy và thế nào là một chứng minh hình thức?

Năm 1998 Hales lần đầu đưa ra chứng minh suy diễn trực giác của Kepler là đúng. Mặc dù có vô hạn cách để xếp các khối cầu, nhưng phần lớn chúng chỉ là biến thể của vài ngàn cấu hình. Hales đã phân chia các khả năng sắp xếp vô hạn khối cầu thành khoảng 2500 cách sắp xếp 50 khối cầu về mặt toán học, rồi sau đó dùng máy tính để kiểm tra mật độ tất cả các cách sắp xếp này. Tuy nhiên đây là một chứng minh khủng khiếp dày 250 trang cùng với 3 gigabytes phần mềm tính toán mà 12 nhà phản biện đã phải mất tới 4 năm để kiểm tra. Cuối cùng tạp chí Annals of Mathematics cũng công bố bài báo của Hales năm 2005 kèm theo một thông báo là các phản biện không thể kiểm tra chứng minh của Hales có đúng hay không. Một tiền lệ chưa từng có! Nhà toán học Gabor Fejes Toth phát biểu rằng chỉ có thể khẳng định "chắc chắn 99 phần trăm" chứng minh là đúng do không thể kiểm chứng được phần tính toán của máy tính. Nhiều nhà toán học không thỏa mãn với chứng minh này của Hales.

Johannes Kepler (27/12/1571-15/11/1630). *Nguồn: Internet*

Vì vậy, từ năm 2003, Hales bắt đầu chương trình Flyspeck (dựa theo các chữ đầu FPK của câu “Formal Proof of Kepler”), một nỗ lực nhằm xác minh chứng minh của mình là đúng thông qua một sự kiểm chứng hình thức. Điều này có nghĩa là máy tính sẽ kiểm tra các suy luận logic hình thức trong chứng minh có gì sai không. Nhóm nghiên cứu của Hales đã phát triển hai phần mềm trợ giúp chứng minh hình thức có tên gọi là Isabelle và HOL Light. Cả hai phần mềm này đều được xây dựng dựa trên một phần lõi logic đã được kiểm tra kỹ lưỡng là không có bất kỳ lỗi nào. Chúng đưa ra một nền tảng cho phép máy tính có thể kiểm tra bất cứ chuỗi mệnh đề logic nào nhằm xem chúng có đúng không. Có một điều thú vị là ngoài các kiểm chứng độc lập hai phần mềm trên, nhóm của Hales cũng dùng chính hai phần mềm này để tự kiểm tra xem chúng có lỗi không.



Thomas Callister Hales. *Nguồn: Internet*

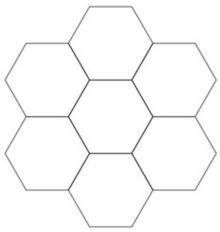
Phần đầu tiên của chương trình Flyspeck là phân loại tất cả đồ thị thuần hóa (tame graphs) trong phần mềm Isabelle được thực hiện bởi Bauer và Nipkow. Phần này liệt kê cấu trúc tổ hợp của các phản ví dụ tiềm năng cho giả thiết Kepler. Định lý phân loại của họ đã được dịch tương ứng sang phần mềm HOL Light. Phần thứ hai của dự án kiểm tra tính đúng đắn của tất cả các bất đẳng phi tuyến trong HOL dựa trên luận án của Solovyev năm 2012. Việc xác minh tính đúng đắn của tất cả các bất đẳng phi tuyến trong HOL sử dụng thuật toán đám mây Azure của Microsoft trong 5000 giờ. Hầu như tất cả các tính toán được thực hiện song song với 32 lõi, do đó thời gian thực sự là khoảng 5000/32 = 156,25 giờ. Phần cuối cùng của dự án là chứng minh giả thiết Kepler trong HOL Light. Việc xác minh tính đúng đắn của tất cả các chuỗi logic ở mức độ vi mô trong chứng minh giả thiết Kepler bằng phần mềm HOL Light được thực hiện bởi nhóm nghiên cứu Việt Nam trong 6 năm. Nhóm này gồm Triệu Thị Diệp, Đặng Tất Đạt, Vũ Khắc Kỷ, Vương Anh Quyền, Nguyễn Tất Thắng, Trần Nam Trung, Hoàng Lê Trường, Nguyễn Quang Trưởng,... [3]. Trong thời gian đó ông Hales đã nhiều lần đến Viện Toán học tổ chức các bài giảng và hội thảo về chương trình Flyspeck.

Vào ngày Chủ nhật 10 tháng 8, ngay trước thềm Đại hội Toán học Quốc tế (ICM) 2014, chương trình Flyspeck thông báo họ đã chuyển được chứng minh toán học của Hales sang dạng máy tính và kiểm chứng được rằng nó thực sự chính xác [3]. Tin này lập tức gây chấn động trong cộng đồng toán học. Nhiều tờ báo trên thế giới và Bản tin của ICM 2014 đã đồng loạt đưa tin về sự kiện này.

"Công nghệ này loại bỏ các nhà phản biện khỏi quá trình kiểm tra chứng minh", Hales nói. "Ý kiến của họ về tính chính xác của một chứng minh không còn là vấn đề". "Đó là một nỗ lực to lớn", Alan Bundy của Đại học Edinburgh, Anh, người không tham gia vào công việc này nói. Ông nói thêm rằng ông hy vọng sự thành công của chương trình Flyspeck sẽ khích lệ các nhà toán học khác bắt đầu sử dụng các phần mềm hỗ trợ chứng minh. "Một nhà toán học nổi tiếng thế giới đã sử dụng phép chứng minh định lý một cách tự động. Một sự kiện xã hội như vậy rất quan trọng", ông nói. "Đây là một trường hợp nghiên cứu có thể bắt đầu trở thành tiêu chuẩn."

Lý tưởng nhất, phần mềm hỗ trợ sẽ làm việc phía sau trong khi các nhà toán học có thể dồn tâm sức cho những ý tưởng mới. Phần mềm đã có thể tự chứng minh một số mệnh đề cơ bản, nhưng nó cần phải dễ dàng sử dụng hơn. "Chúng ta cần biết cách khai thác phép chứng minh để nhận được một bức tranh lớn", Bundy nói. "Việc xem xét mọi thứ ở tầng vi mô vượt quá khả năng của chúng ta. Là con người chúng ta không thể hấp thu quá nhiều."

Cũng cần nói thêm rằng phương pháp nghiên cứu của Hales đã giúp ông giải quyết được Bài toán tổ ong từ thế kỷ thứ ba trước Công nguyên. Bài toán này nói rằng việc chia một miền phẳng thành các phần có diện tích bằng nhau sẽ có tổng chu vi nhỏ nhất khi chia thành các lục giác đều theo kiểu tổ ong.



Ngoài ra, phương pháp của Hales còn có thể có ứng dụng trong việc truyền tín hiệu trong công nghệ thông tin. Thông thường, người ta muốn cùng một lúc gửi đi càng nhiều tín hiệu càng tốt. Tuy nhiên truyền quá nhiều tín hiệu cùng một lúc sẽ gây ra nhiễu. Hales cho rằng "Vấn đề ở đây là mật độ tín hiệu như thế nào là tốt nhất". Câu hỏi này cũng giống như bài toán xếp khối cầu trong toán học.

Đối với Hales, ông sẵn sàng để tiếp bước. "Tôi có một cái hộp tràn đầy những ý tưởng mà tôi phải đặt sang một bên khi làm việc với phép chứng minh hình thức này", ông nói. "Chúng ta hãy hy vọng rằng chương trình tiếp theo không mất tới 20 năm!"

Tài liệu tham khảo

[1] Jacob Aron, Proof confirmed of 400-year-old fruit-stacking problem. New Scientist 12.8.2014.

[2] Frank Morgan, Kepler's Conjecture and Hales's Proof. Notices of the AMS **52**(1) (2005), 44-47.

[3] Flysspeck, Annoucement of completion, https://code.google.com/p/flyspeck/wiki/AnnouncingCompletion

[4] George Szpiro, Kepler's Conjecture: How some of the greatest minds in history helped solve one of the oldest math problems in the world. Wiley & Sons, 2003.

(Tổng hợp)

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: *Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên HTHVN về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.*

Gặp mặt đầu xuân và Du xuân Ất Mùi 2015. Buổi gặp mặt đầu xuân và du xuân năm nay được tổ chức vào ngày thứ Bảy 7/3/2015 (tức ngày 17 tháng Giêng năm Ất Mùi). Các hội viên đã có buổi gặp gỡ tại Hội trường Lê Văn Thiêm của Trường đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội, để nghe thông tin về một số hoạt động của Hội Toán học trong năm 2014, chứng kiến lễ trao giải thưởng Lê Văn

Thiêm cho 5 cá nhân xuất sắc là giáo viên, học sinh trung học phổ thông trong năm 2014. Buổi gặp mặt có sự tham gia của trên 180 hội viên nhiều thế hệ các nhà toán học, từ những nhà toán học lão thành, các hội viên kỳ cựu, các cựu chủ tịch và lãnh đạo hội qua các thời kỳ cùng nhiều nhà toán học trẻ.

Cuộc du xuân được tổ chức sau đó tới Khu di tích Côn Sơn - Kiếp Bạc, một trong những quần thể di tích quốc gia đặc biệt quan trọng của Việt Nam. Quần thể di tích này thuộc địa bàn huyện Chí Linh, tỉnh Hải Dương, bao gồm các di tích lịch sử gắn liền với các vị anh hùng dân tộc Trần Hưng Đạo, Nguyễn Trãi và nhiều danh nhân văn hoá như Trần Nguyên Đán, Pháp Loa, Huyền Quang...

Giải thưởng Lê Văn Thiêm năm 2014 đã được trao trong buổi gặp mặt đầu xuân của Hội Toán học Việt Nam tại Hà Nội. Danh sách các giáo viên và học sinh nhận giải bao gồm:

1. Cô giáo Nguyễn Ngọc Xuân, trường THPT chuyên Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình. Sinh năm 1981, cô giáo Nguyễn Ngọc Xuân đã tham gia dạy Toán hơn 11 năm, trong đó có 10 năm dạy chuyên Toán. Mặc dù công tác ở một khu vực gặp nhiều khó khăn, cô đã ba lần phụ trách đội tuyển thi HSG Quốc gia và đã có 11 học sinh đoạt giải. Cô giáo Nguyễn Ngọc Xuân cũng đã có nhiều bài viết, chuyên đề cho các hội thảo về giảng dạy phổ thông.

2. Vương Nguyễn Thùy Dương, học sinh trường THPT chuyên Lê Quý Đôn, Đà Nẵng với thành tích đoạt huy chương vàng kỳ thi Olympic 30/4 toàn miền Nam, giải ba HSG Toán quốc gia (2013), giải nhất HSG Toán quốc gia (2014) và huy chương bạc Olympic Toán quốc tế (2014).

3. Nguyễn Thế Hoàn, học sinh trường THPT chuyên KHTN, ĐHQG Hà Nội. Em Nguyễn Thế Hoàn đã đoạt giải nhì HSG Toán quốc gia (2014), huy chương vàng Olympic Toán quốc tế (2014).

4. Trần Hồng Quân, học sinh trường THPT chuyên Thái Bình với thành tích đoạt giải ba HSG quốc gia (2013), giải nhì HSG quốc gia (2014) và huy chương vàng Olympic Toán quốc tế (2014).

5. Võ Quang Hưng, học sinh trường THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Quảng Nam. Võ Quang Hưng đã đoạt giải nhì kỳ thi Olympic Toán Hà Nội mở rộng (2013), huy chương bạc Olympic Toán duyên hải đồng bằng Bắc Bộ và giải nhất kỳ thi HSG Quốc gia 2014.

Giáo viên và học sinh nhận giải chụp ảnh chung với các thế hệ chủ tịch Hội. *Nguồn: Hà Huy Khoái*

Chương trình nghiên cứu ứng dụng Toán trong kinh tế, tài chính - ngân hàng. Ngày 29/10/2014, Viện NCCC về Toán (VIASM) và Ngân hàng Đầu tư và Phát triển Việt Nam (BIDV) đã ký thỏa thuận hợp tác theo đó BIDV sẽ tài trợ để xây dựng và phát triển Chương trình nghiên cứu ứng dụng Toán trong kinh tế, tài chính - ngân hàng. Ngày 12/1/2015, VIASM và BIDV đã công bố quyết định thành lập Trung tâm Nghiên cứu ứng dụng toán trong lĩnh vực kinh tế, tài chính-ngân hàng (FMathLab) để triển khai hợp tác nêu trên.

Tin buồn

Giáo sư Nguyễn Thanh Vân (1943 - 2015) qua đời ngày 26/1/2015, tại quê nhà Trà Vinh. Những người làm toán, đặc biệt là về giải tích phức, ở Việt Nam hầu như ai cũng biết đến Nguyễn Thanh Vân. Ông nổi lên như một ngôi sao từ rất sớm, khi mới khoảng 25 tuổi. Nhận chức giáo sư ở Đại học Toulouse, Cộng hòa Pháp, khi chưa đầy 30 tuổi, và là người có công lớn để xây dựng nên Khoa Toán hùng mạnh của Đại học Toulouse hôm nay. Ông cùng với F. Phạm sáng lập chương trình ForMathVietnam. Chương trình đã đóng góp rất lớn cho sự hợp tác toán học Pháp-Việt, đặc biệt là trong những năm 90 của thế kỷ trước, những năm khó khăn của Toán học Việt Nam khi xã hội bắt đầu chuyển sang "kinh tế thị trường".

Đính chính

Trong Số 4 Tập 18 (tháng 12/2014) Thông tin Toán học đã đăng danh sách các giáo sư - phó giáo sư mới được thông qua. Chúng tôi xin đính chính chuyên ngành của TS. Lê Văn Hiện và TS. Trần Đình Kế, Đại học Sư phạm Hà Nội, là Phương trình vi phân và tích phân.

Mục Tin tức hội viên và hoạt động toán học số này được thực hiện với sự cộng tác của GS. TSKH. Hà Huy Khoái (Đại học Thăng Long).

Danh sách ủng hộ quỹ Lê Văn Thiêm

(Tiếp theo kỳ trước)

193	Nguyễn Tiến Thành	Purdue University	400.000
194	Trần Nam Dũng	Trường đại học KHTN, ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh	1.900.000
195	Lê Quang Nẫm	Viện Toán học	1.000.000
196	Bộ Môn Toán	Đại học Điện Lực Hà Nội	3.000.000
197	Phạm Văn Thuận	TT Hexagon Education	3.000.000
198	Nguyễn Đăng Hợp	Viện Toán học	600.000
199	Lê Quốc Hán	Đại học Vinh	1.000.000
200	Chương trình Quà tặng tương lai		10.000.000
201	Một nhà hảo tâm *(đề nghị không ghi tên)*		1.000.000.000

Thông tin luận án

Danh sách các nghiên cứu sinh đã bảo vệ thành công luận án tiến sỹ ngành Toán và Lý luận và Phương pháp dạy học môn Toán tại Đại học Sư phạm Hà Nội từ năm 2010:

1. Vũ Trọng Lưỡng
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Sự tồn tại duy nhất và tính chính qui của nghiệm bài toán biên ban đầu đối với hệ hyperbolic trong trụ với đáy chứa điểm lùi*
CBHD: PGS. TSKH. Nguyễn Mạnh Hùng
Ngày bảo vệ: 2010

2. Nguyễn Thành Anh
CN: Đại số và lí thuyết số
Tên luận án: *Bài toán biên ban đầu đối với phương trình Parabolic trong miền trụ với đáy không trơn*
CBHD: PGS. TSKH. Nguyễn Mạnh Hùng
Ngày bảo vệ: 27/3/2010

3. Trần Huệ Minh
CN: Hình học và tôpô
Tên luận án: *Một số tính chất hình học của các miền không bị chặn trong đa tạp phức*
CBHD: GS. TSKH. Đỗ Đức Thái
Ngày bảo vệ: 20/4/2010

4. Nguyễn Tiến Mạnh
CN: Đại số và lí thuyết số
Tên luận án: *Về bội trộn của môđun đa phân bậc*
CBHD: PGS. TS. Dương Quốc Việt
Ngày bảo vệ: 18/5/2010

5. Nguyễn Thị Kim Sơn
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Bài toán biên ban đầu thứ hai đối với hệ Schrodinger trong hình trụ với đáy không trơn*
CBHD: PGS. TSKH. Nguyễn Mạnh Hùng - TS. Trần Xuân Tiếp
Ngày bảo vệ: 26/6/2010

6. Hoàng Ngọc Anh
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Sử dụng đa phương tiện trong môn phương pháp dạy học Toán ở trường Đại học Sư phạm*
CBHD: PGS. TS. Bùi Văn Nghị - PGS. TS. Đào Thái Lai
Ngày bảo vệ: 31/7/2010

7. Ninh Văn Thu
CN: Hình học và topo
Tên luận án: *Đa tạp phức với nhóm các tự đẳng cấu không compact*
CBHD: GS. TSKH. Đỗ Đức Thái
Ngày bảo vệ: 14/8/2010

8. Lê Văn Hiện
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Tính ổn định của một số lớp hệ phương trình vi phân và điều khiển*
CBHD: GS. TSKH. Vũ Ngọc Phát - TS. Trịnh Tuấn Anh
Ngày bảo vệ: 21/8/2010

9. Lê Xuân Trường
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Hoạt động hoá người học trong quá trình dạy học môn phương pháp dạy học toán cho hệ đào tạo giáo viên trung học cơ sở*
CBHD: PGS. TS. Vương Dương Minh
Ngày bảo vệ: 11/9/2010

10. Tạ Hữu Hiếu
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Dạy học môn Thống kê toán học theo hướng vận dụng trong nghiên cứu khoa học cho sinh viên các trường Đại học Thể dục Thể thao*
CBHD: PGS. TS. Vũ Quốc Chung - TS. Nguyễn Hắc Hải
Ngày bảo vệ: 22/10/2010

11. Chu Cẩm Thơ
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Vận dụng phương pháp kích thích tư duy của học sinh trong dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông*
CBHD: PGS. TS. Bùi Văn Nghị
Ngày bảo vệ: 09/11/2010

12. Trương Thị Hồng Thanh
CN: Đại số và lí thuyết số
Tên luận án: *Bội và tính Cohen - Macaulay của một vài lớp vành nổ và bội trộn*
CBHD: PGS. TS. Dương Quốc Việt
Ngày bảo vệ: 21/5/2011

13. Phạm Đức Thoan
CN: Hình học và tôpô
Tên luận án: *Về quan hệ số khuyết và sự phụ thuộc đại số của ánh xạ phân hình*
CBHD: GS. TSKH. Đỗ Đức Thái
Ngày bảo vệ: 30/7/2011

14. Đặng Đình Hanh
CN: Đại số và lí thuyết số
Tên luận án: *Phân lớp đối đồng điều các Ann-hàm tử và các Ann-phạm trù bện*
CBHD: PGS. TS. Nguyễn Tiến Quang
Ngày bảo vệ: 2011

15. Nguyễn Thị Thảo
CN: Hình học và Tôpô
Tên luận án: *Kì dị tại vô hạn của ánh xạ đa thức thực và bất đẳng thức Lojasiewicz suy rộng*
CBHD: PGS. TSKH. Hà Huy Vui - GS. TSKH. Pierrette Cassou - Noguès
Ngày bảo vệ: 17/3/2012

16. Phùng Kim Chức
CN: Phương trình vi phân và Tích phân
Tên luận án: *Bài toán biên ban đầu thứ hai đối với hệ Hyperbolic mạnh trong miền trụ vô hạn với đáy không trơn*
CBHD: GS. TSKH. Nguyễn Mạnh Hùng
Ngày bảo vệ: 06/4/2012

17. Nguyễn Văn Dũng
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Dạy học Đại số cao cấp ở các trường Sư phạm theo hướng gắn với chương trình môn Toán ở trường phổ thông*
CBHD:
Ngày bảo vệ: 15/8/2012

18. Phạm Hoàng Hà
CN: Hình học và tôpô
Tên luận án: *Vấn đề duy nhất của ánh xạ phân hình vào không gian xạ ảnh và tính rẽ nhánh của ánh xạ Gauss của mặt cực tiểu đầy*
CBHD: GS. TSKH. Đỗ Đức Thái - GS. TSKH. Gerd Eberhard Dethloff
Ngày bảo vệ: 03/05/2013

19. Bùi Khánh Trình
CN: Hình học và tôpô
Tên luận án: *Một số định lý duy nhất cho họ các ánh xạ phân hình vào không gian xạ ảnh phức*
CBHD: GS. TSKH. Đỗ Đức Thái
Ngày bảo vệ: 18/5/2013

20. Hoàng Công Kiên
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Vận dụng dạy học hợp tác trong môn Toán ở Tiểu học*
CBHD: PGS. TS. Vũ Quốc Chung
Ngày bảo vệ: 2013

21. Đỗ Thị Phương Thảo
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Phát triển kĩ năng tự học toán cho sinh viên các trường đại học đào tạo giáo viên Tiểu học*
CBHD: PGS. TS. Vũ Quốc Chung - TS. Lê Tuấn Anh
Ngày bảo vệ: 2013

22. Lê Văn Hiếu
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Dáng điệu tiệm cận nghiệm của một số lớp phương trình parabolic có trễ*
CBHD: TS. Cung Thế Anh - PGS. TS. Nguyễn Thiệu Huy
Ngày bảo vệ: 24/5/2013

23. Bạch Phương Vinh
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Rèn luyện hoạt động phân tích và tổng hợp cho học sinh trong dạy học giải bài tập hình học phẳng ở lớp 9 trung học cơ sở*
CBHD: PGS. TS. Vương Dương Minh
Ngày bảo vệ: 28/5/2013

24. Đỗ Thị Trinh
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Phát triển năng lực dạy học Toán cho sinh viên các trường sư phạm*
CBHD: GS. TS. Bùi Văn Nghị
Ngày bảo vệ: 30/5/2013

25. Đào Văn Dương
CN: Phương trình vi phân và Tích phân
Tên luận án: *Toán tử tích phân và cơ sở sóng nhỏ trên một số không gian hàm*
CBHD: GS. TSKH. Nguyễn Minh Chương
Ngày bảo vệ: 11/6/2013

26. Nguyễn Tiến Trung
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Thiết kế tình huống dạy học hình học ở trường THPT theo hướng giúp học sinh kiến tạo tri thức*
CBHD:
Ngày bảo vệ: 24/7/2013

27. Jab VONGTHAVY
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Vận dụng một số phương pháp dạy học nhằm tích cực hóa hoạt động học tập của sinh viên trong dạy học giải tích ở trường Cao đẳng Sư phạm nước CHDCND Lào*
CBHD:
Ngày bảo vệ: 22/7/2014

28. Đỗ Tùng
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Hình thành kỹ năng tư duy cho học sinh lớp 4, lớp 5 thông qua dạy học giải toán*
CBHD: PGS. TS. Vũ Quốc Chung
Ngày bảo vệ: 03/9/2014

29. Nguyễn Xuân Hồng
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Hàm q- điều hòa dưới, hàm q- đa điều hòa dưới yếu và áp dụng*
CBHD: GS. TSKH. Lê Mậu Hải - GS. TSKH. Nguyễn Quang Diệu
Ngày bảo vệ: 2014

30. Nguyễn Thị Duyên
CN: LL&PPDH bộ môn Toán
Tên luận án: *Nghiên cứu bài học của giáo viên tập trung vào khám phá toán của học sinh trong dạy học môn toán ở trường trung học phổ thông*
CBHD: GS. TS. Bùi Văn Nghị - PGS. TS. Trần Vui
Ngày bảo vệ: 21/11/2014

Tin toán học thế giới

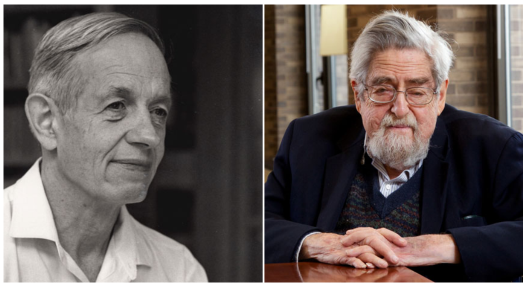
Nguồn: Internet.

Mathematical Reviews kỷ niệm 75 năm ra số đầu tiên. Năm 1940 Hội Toán học Mỹ đã thành lập Mathematical Reviews với tổng biên tập đầu tiên là Otto Neugebauer. Kể từ đó, Mathematical Reviews đã trở thành một phần quan trọng của Hội Toán học Mỹ cũng như cộng đồng toán học quốc tế. Số đầu tiên được xuất bản chỉ có 32 trang và 176 bài viết. Ngày nay, MathSciNet (phiên bản điện tử) có một cơ sở dữ liệu gồm 3 triệu tài liệu với gần 9 triệu trích dẫn và một cộng đồng gần 17.000 nhà toán học tham gia viết.

"**Breakout Graduate Fellowships**" là tên một quỹ học bổng mới được thành lập bởi các nhà toán học Simon Donaldson, Maxim Kontsevich, Jacob Lurie, Terence Tao và Richard Taylor. Là chủ nhân của các giải thưởng "Mathematics Breakthrough Prize" (Giải thưởng Đột phá Toán học) năm 2014, mỗi nhà toán học đã tặng cho Liên đoàn Toán học Thế giới 100.000 đô la để thành lập quỹ học bổng cho những sinh viên cao học toán ở tại các nước đang phát triển. Thông tin thêm xem tại www.mathunion.org/cdc/about-cdc/news-and-events/

Các nhà toán học Mỹ John F. Nash Jr. và Louis Nirenberg cùng chia giải thưởng Abel năm nay. Cả hai ông được trao giải cho những đóng góp nổi bật và có ảnh hưởng sâu xa trong lý thuyết phương trình đạo hàm riêng phi tuyến và những ứng dụng trong giải tích hình học.

John F. Nash Jr. năm nay 86 tuổi và từng dành cả sự nghiệp tại Đại học Princeton và Viện Công nghệ Massachusetts (MIT). Louis Nirenberg năm nay 90 tuổi và từng làm việc tại Viện các khoa học về Toán Courant, Đại học New York. Mặc dù cả hai nhà toán học không chính thức hợp tác trong bài báo nào, trong những năm 1950 họ đã có ảnh hưởng lớn lẫn nhau. Hiện nay, những kết quả của hai ông đang được áp dụng mạnh mẽ hơn bao giờ hết.



John F. Nash Jr. và Louis Nirenberg
Nguồn: Internet.

Giải thưởng Wolf cho Toán học là một giải thưởng quan trọng khác trong cộng đồng toán học cũng vừa công bố chủ nhân của giải thưởng năm 2015 là giáo sư James G. Arthur của Đại học Toronto, Canada. Arthur được trao giải cho những công trình đồ sộ về công thức vết và những đóng góp cơ bản cho lý thuyết biểu diễn automophic của nhóm reductive.

Một số giải thưởng năm 2015 của Hội Toán học Mỹ bao gồm:

1. Giải thưởng Steele mục Thành tựu trọn đời: Victor Kac (Viện Công nghệ Massachusetts - MIT) cho những đóng góp đột phá của ông cho lý thuyết Lie và ứng dụng trong toán học và vật lý.

2. Giải thưởng Steele mục Trình bày toán học: Robert Lazarsfeld (Đại học Stony

Brook) cho quyển sách "Positivity in Algebraic Geometry I and II", xuất bản năm 2004.

3. Giải thưởng Steele mục Cống hiến cho nghiên cứu: Rostislav Grigorchuk (Đại học Texas A&M) cho bài báo "Degrees of growth of finitely generated groups and the theory of invariant means". Bài báo này đầu tiên được đăng bằng tiếng Nga năm 1984 ở tờ Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Seriya Matematicheskaya, một năm sau được dịch sang tiếng Anh. Bài báo là một bước ngoặt đặc biệt trong sự phát triển của lý thuyết nhóm hình học, một lĩnh vực đang phát triển nhanh.

4. Giải thưởng Satter: Hee Oh (Đại học Yale, Mỹ) cho những nghiên cứu về động lực của không gian thuần nhất, nhóm con rời rạc của nhóm Lie và ứng dụng vào lý thuyết số.

5. Giải thưởng Cole cho Đại số: Peter Scholze (Đại học Bonn, CHLB Đức) cho các kết quả về các không gian perfectoid, dẫn đến lời giải cho một trường hợp đặc biệt quan trọng của giả thuyết đơn đạo có trọng (Weight-monodromy conjecture) của P. Deligne.

6. Giải thưởng Birkhoff: Emmanuel Candès (Đại học Stanford, Mỹ) trong lĩnh vực toán ứng dụng. Các công trình của ông về compressed sensing (lấy mẫu nén) đã cách mạng hóa xử lý tín hiệu và nhận dạng hình ảnh y tế. Giải thưởng cũng được trao do những đóng góp của Candès trong giải tích điều hòa tính toán, thống kê và tính toán khoa học.

7. Giải thưởng Whiteman: Umberto Bottazzini (Đại học Milan, Ý), đã được trao giải thưởng cho những công trình về lịch sử toán học, trong đó nổi bật là về sự xuất hiện của toán học hiện đại ở Ý và về giải tích thế kỷ 19 và 20.

Thông tin hội nghị

Các hoạt động của Chương trình "Toán Tài chính, Xác suất thống kê và Ứng dụng năm 2015" sẽ diễn ra trong thời gian từ tháng 4 đến tháng 7/2015 tại Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán. Đây là chương trình với mục đích nâng cao năng lực nghiên cứu lý thuyết và khả năng áp dụng lý thuyết xác suất vào việc giải quyết các bài toán khoa học, kỹ thuật, kinh tế, y học và môi trường ở Việt Nam. Một loạt các bài giảng, trường hè và hội nghị liên quan tới các lĩnh vực này sẽ được tổ chức với nhiều bài giảng của chuyên gia đến từ các trường đại học ở Paris và Toulouse (Cộng hòa Pháp).

Hội thảo hàng năm của Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán năm nay sẽ được tổ chức trong hai ngày 22 - 23/8 tại Viện. Danh sách các nhà toán học nhận lời mời đọc báo cáo tại hội nghị gồm:

- Henri Berestycki - CNRS / EHESS, Pháp
- Cédric Villani - Viện Henri Poincaré (UPMC/CNRS), Pháp
- François Loeser - Đại học Pierre and Marie Curie, Pháp
- Jun-Muk Hwang - Viện Nghiên cứu cao cấp Hàn Quốc (KIAS)
- Marc Levine - ĐH Duisburg-Essen, Đức.

Một số hội nghị khác trong năm 2015.
- 23-25/4: Hội thảo Tối ưu và Tính toán khoa học lần thứ 13 tại Ba Vì, Hà Nội.

- 8 - 19/6: Trường hè về “Non-smooth mechanics” tại Viện NCCC về Toán.

- 20 - 28/7: Trường hè và Hội thảo về “Mathematical tools: Theory and Practice” tại Viện NCCC về Toán.

Thông báo

GIẢI THƯỞNG KHOA HỌC VIỆN TOÁN HỌC 2015

Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam, mời các nhà toán học trẻ trong nước đăng ký giải thưởng Viện Toán học 2015.

Nhằm cổ vũ và khuyến khích tinh thần nghiên cứu khoa học trong các nhà khoa học trẻ, năm 1982, Viện Toán học lập ra Giải thưởng "Công trình nghiên cứu khoa học của cán bộ trẻ" (không quá 35 tuổi), sau này đổi tên là "Giải thưởng khoa học cho cán bộ trẻ", và hiện nay là "Giải thưởng Khoa học Viện Toán học", và được trao hai năm một lần vào những năm lẻ.

Quy chế giải thưởng Viện Toán

1. Giải thưởng Khoa học Viện Toán học là giải thưởng dành cho những người

    - có thành tích đặc biệt xuất sắc trong nghiên cứu toán học,

    - tuổi đời không quá 40, và

    - hiện đang làm việc tại Việt Nam.

Giải thưởng được xét và công bố hai năm một lần. Người nhận Giải thưởng sẽ được trao một Giấy chứng nhận và 10.000.000 VNĐ.

Để được xét cho Giải thưởng Khoa học Viện Toán học 2015, ứng viên cần có năm sinh từ 1975 trở về sau. Các cá nhân đã từng được xét vào các năm trước nhưng chưa được trao giải cũng có thể đăng ký tham gia.

2. Hồ sơ đăng ký xét thưởng gồm

    - Lý lịch khoa học,

    - Danh mục công trình nghiên cứu toán học đã công bố,

    - Bản sao của một số công trình tiêu biểu (không quá 5).

    - Một bản giới thiệu thành tích nghiên cứu khoa học của người đăng ký, do đơn vị công tác của ứng viên viết (có chữ ký và đóng dấu).

Hồ sơ đăng ký Giải thưởng xin gửi về địa chỉ sau bằng e-mail và bưu điện trước ngày 30/9/2015:

GS. TSKH. Nguyễn Minh Trí (triminh@math.ac.vn)

Thư ký Hội đồng Khoa học Viện Toán học, Viện Toán học, VHLKHCNVN, 18 Hoàng Quôc Việt, 10307 Cầu Giấy, Hà Nội.

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "*Dành cho các bạn trẻ*" *là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.*

ĐỊNH LÝ TURAN

(tiếp theo và hết)

Trần Minh Hiền (Trường THPT chuyên Quang Trung, Bình Phước)

4. ÁP DỤNG Ý CHỨNG MINH CỦA ĐỊNH LÝ TURAN

Ngoài việc áp dụng trực tiếp kết quả của Turan thì chứng minh định lý Turan cũng là điều cần phải học tập. Để đếm số cạnh trong đồ thị G, ta phân hoạch tập đỉnh $V(G) = A \sqcup B, A \bigcap B$. Sau đó,

- đếm số cạnh trong A,
- đếm số cạnh trong B,
- đếm số cạnh nối từ A vào B.

Hãy làm tường minh các ý tưởng đó trong các bài tập dưới đây. Lưu ý là trong các bài toán phần này, tôi chỉ nêu phác thảo con đường đi, lý do làm như vậy giống như những gì đã phân tích ở trên.

Bài toán 9. *Nếu G là một đồ thị đơn có n đỉnh và G không chứa tứ giác nào. Chứng minh rằng số cạnh của G không vượt quá $\frac{1}{4}n\left(1+\sqrt{4n-3}\right)$.*

Giải. Ta ký hiệu tập các đỉnh của G là $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$.

- Với mỗi đỉnh $v_i \in V$ thì số cặp đỉnh (x, y) kề với v_i (tức là x, y cùng kề với v_i) là $C^2_{d(v_i)}$ (*Vì chúng ta có $d(v_i)$ đỉnh kề với v_i, số cặp đỉnh kề bằng với số cách chọn 2 đỉnh tùy ý trong tập $d(v_i)$ đỉnh*).
- Với hai đỉnh $v_i \neq v_j$ thì các tập cặp đỉnh cùng kề với v_i và tập các cặp đỉnh cùng kề với v_j là khác nhau. (*Giả sử (a, b) là một cặp đỉnh kề chung với cả v_i và v_j. Khi đó ta có tứ giác abv_iv_j, mâu thuẫn*).
- Từ đây, ta có đánh giá
$$\sum_{i=1}^{n} C^2_{d(v_i)} \leq C^2_n.$$
(*vì các cặp đỉnh đôi một khác nhau, theo ý trên*).
- Ta có đánh giá

$$\begin{aligned} C^2_n &\geq \sum_{i=1}^{n} C^2_{d(v_i)} \\ &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \frac{d(v_i).(d(v_i)-1)}{2} \\ &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d^2(v_i) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d(v_i) \\ &\geq \frac{1}{2}\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} d(v_i)\right)^2}{n} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d(v_i) \\ &= \frac{1}{2n}.(2e)^2 - \frac{1}{2}(2e) = \frac{e^2}{2n} - e. \end{aligned}$$

Do đó
$$\frac{2}{n}e^2 - e \leq \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow e \leq \frac{n}{4}\left(1+\sqrt{4n-3}\right).$$
□

Bài toán 10 (Mỹ 1995). *Một đồ thị G gồm có n đỉnh và k cạnh, G không chứa K_3. Chứng minh rằng chúng ta có thể chọn ra một đỉnh trong G, sao cho khi loại bỏ đỉnh đó cũng như tất cả các đỉnh kề nó (cũng như các cạnh với ít nhất 1 đầu mút trong tập các đỉnh này) , ta được đồ thị con G' và trong G' có nhiều nhất $k\left(1-\dfrac{4k}{n^2}\right)$ cạnh.*

Giải. Ta thực hiện tất cả n cách xóa đi một đỉnh và cũng như các cạnh kề nó.

Xét một cạnh xy trong G, cạnh này sẽ bị xóa khỏi đồ thị G nếu rơi vào một trong các tình huống sau

- Nếu ta xóa bỏ đi đỉnh x (cùng các đỉnh kề x);
- Nếu ta xóa bỏ đi đỉnh y (cùng các đỉnh kề y);
- Nếu ta xóa bỏ đi một đỉnh z, sao cho z kề với x (cũng như các đỉnh kề z);
- Nếu ta xóa bỏ đi một đỉnh t, sao cho t kề với y (cũng như các đỉnh kề t).

Lưu ý rằng giả thiết G không chứa K_3 đảm bảo rằng không có đỉnh nào cùng kề với x và y. Suy ra tập các đỉnh liệt kê ở trên là rời nhau. Nói cách khác, cạnh xy sẽ bị xóa đi tổng cộng trong $d(x)+d(y)$ lần. Do đó các cạnh của đồ thị G sẽ bị xóa đi tổng cộng trong

$$\sum_{e=xy\in E}(d(x)+d(y)) = \sum_{x\in V} d^2(x)$$

lần. Như vậy tính trung bình, số các cạnh bị xóa đi khi bỏ đi một đỉnh và các đỉnh kề với nó là

$$\frac{1}{n}\sum_{x\in V} d^2(x) \geq \frac{1}{n}\cdot\frac{\left(\sum_{x\in V} d(x)\right)^2}{n} = \frac{4k^2}{n}.$$

Do đó, trung bình, số cạnh của đồ thị nhận được khi bỏ 1 đỉnh và các đỉnh kề nó là

$$k - \frac{4k^2}{n}.$$

Từ đó, sẽ có trường hợp số cạnh của đồ thị G' còn lại là $\leq k\left(1-\dfrac{4k}{n^2}\right)$. □

Bài toán 11 (Rumani TST 2008). *Một nhóm người được gọi là $n-$**cân** nếu nó thỏa mãn hai điều kiện*

- *Trong số ba người tùy ý, luôn tồn tại hai người quen biết lẫn nhau.*
- *Trong n người bất kỳ, luôn có ít nhất hai người không quen biết nhau.*

Chứng minh rằng có nhiều nhất là $\dfrac{(n-1)(n+2)}{2}$ người trong một nhóm $n-$cân.

Giải. Ta chứng minh quy nạp theo n. Với $n=2$ thì khẳng định là hiển nhiên. Giả sử kết quả đúng cho cho nhóm $(n-1)-$cân. Xét một nhóm $n-$cân. Xét P là một người bất kỳ trong nhóm $n-$cân đó. Gọi A là tập hợp tất cả các người quen với P và B là tập hợp tất cả các người không quen với P trong nhóm đó.

- Nếu $\{x,y\}\subset B$ (*khi đó x,P không quen nhau, y,P cũng không quen nhau*). Theo điều kiện thứ nhất, nhóm 3 người $\{x,y,P\}$ phải có hai người quen. Rõ ràng điều này chỉ xảy ra khi x,y quen nhau.
- Điều này chứng tỏ mọi phần tử trong B đều quen biết nhau. Thế thì, theo điều kiện thứ hai, lực lượng của B không vượt quá $n-1$.
- Nếu tập A có không quá $n-1$ người thì tổng cộng số phần tử trong nhóm n cân đó không quá

$$n-1+1+n-1 = 2n-1 < \frac{(n-1)(n+2)}{2}.$$

- Nếu tập A có $\geq n$ người. Khi đó lấy bất cứ $n-1$ người nào trong tập A, kết hợp với P ta được nhóm n người. Theo giả thiết nhóm n người này phải có hai người không quen nhau. Dĩ nhiên 2 người đó phải nằm trong $n-1$ người lấy ra lúc đầu, vì P quen với mọi phần tử trong A. Từ đây dẫn đến, bất cứ nhóm $n-1$ người trong A, luôn tồn tại hai người không quen nhau (*điều kiện ban đầu đương nhiên thỏa, vì lấy ba người bất kỳ trong A, thì ba người này cũng nằm trong nhóm $n-$cân, do đó phải có hai người quen chung*). Chứng tỏ A là một nhóm $(n-1)-$cân. Theo giả thiết quy nạp, A có không quá $\dfrac{(n-2)(n+1)}{2}$ phần tử.

Từ đó suy ra tập $n-$ cân này chứa không quá

$$\frac{(n-2)(n+1)}{2} + 1 + n - 1 = \frac{(n-1)(n+2)}{2}$$

phần tử. □

Bài toán 12. *Cho $P_1, P_2, \ldots, P_n$ là n điểm trong mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào trong chúng thẳng hàng. Người ta kẻ một số đoạn thẳng, mỗi đoạn nối hai trong n điểm* *trên. Biết rằng trong 4 điểm bất kì, luôn có ít nhất một tam giác được kẻ. Hỏi đã có ít nhất bao nhiêu đoạn thẳng được kẻ.*

Giải. Xét một cách nối các đoạn thẳng từ các điểm trên thỏa mãn tính chất: với mọi bộ 4 điểm luôn tồn tại một tam giác.

- Giả sử hai điểm A, B là hai điểm trong số $P_1, P_2, \ldots, P_n$ mà không được nối với nhau. Khi đó với hai điểm C, D tùy ý còn lại, vì trong bốn điểm A, B, C, D phải tồn tại một tam giác, nhưng tam giác không thể chứa cạnh AB. Do đó bắt buộc tam giác đó phải chứa cạnh CD, tức là C, D phải được nối với nhau. Vậy trong $n-2$ điểm còn lại phải nối với nhau hết, tức là phải có C_{n-2}^2 đoạn thẳng được nối.
- Lại xét điểm E bất kỳ trong $n-2$ điểm còn lại khác điểm A, B. Khi đó vì A, B không nối với nhau nên ít nhất một trong hai đoạn EA, EB phải được nối. Thật vậy, nếu không xét thêm một điểm F tùy ý. Thế thì từ bốn điểm A, B, E, F không thể tồn tại một tam giác trong chúng. Do đó với $n-2$ điểm còn lại khác A, B phải nối thêm ít nhất $n-2$ đoạn.

Từ đó suy ra số đoạn thẳng được nối không ít hơn $C_{n-2}^2 + n - 2 = C_{n-1}^2$.

Ta sẽ chỉ ra C_{n-1}^2 là số nhỏ nhất cần tìm. Thật vậy lấy $n-1$ điểm $P_2, \ldots, P_n$. Nối từng cặp điểm với nhau ta được C_{n-1}^2 đoạn thẳng. Nhận thấy với cách nối này, nếu lấy bốn điểm trong $P_2, \ldots, P_n$ thì luôn có một tam giác. Còn nếu lấy bốn điểm P_1, P_i, P_k, P_j thì luôn có một tam giác là $P_iP_jP_k$. $\square$

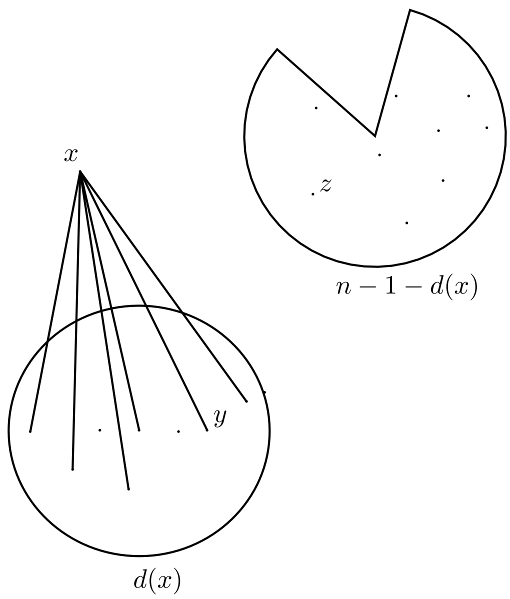
Bài toán 13. *Chứng minh rằng nếu đồ thị G chứa n đỉnh ($n > 5$) thì cả G và đồ thị bù $\overline{G}$ chứa tổng cộng ít nhất*

$$\frac{1}{24}n(n-1)(n-5)$$

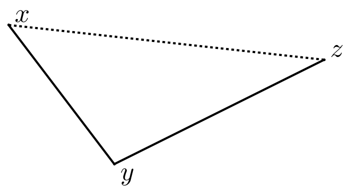
tam giác.

Nhắc lại rằng, đồ thị bù của G là đồ thị $\overline{G}$ nhận được bằng các giữ nguyên các đỉnh của G và các cạnh được xây dựng như sau: với mọi cặp đỉnh $x \neq y$ thì x kề với y trong G khi và chỉ khi x không kề với y trong $\overline{G}$.

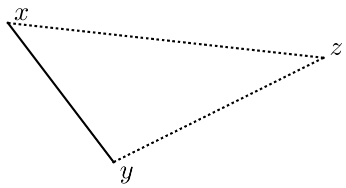
Phân tích và giải. (1) Để cho tiện, ta sẽ đếm những bộ ba không tạo thành tam giác trong G và $\overline{G}$. Hãy lấy một đỉnh $x \in V$ tùy ý, liệt kê tập các đỉnh kề với nó, và các tập không kề với nó. Kiểm tra bộ ba gồm x, một đỉnh trong tập kề, một đỉnh trong tập không kề, đặc điểm bộ đó là gì?



Với mỗi đỉnh x tùy ý trong V, thì số bộ ba (x, y, z), với y thuộc tập các đỉnh kề, z thuộc tập các đỉnh không kề, sẽ không tạo thành một tam giác trong cả G và G', và có số lượng $d(x) \cdot (n-1-d(x))$ bộ như vậy.



(nếu y kề z thì trong G với bộ ba (x, y, z) chỉ có hai cạnh xy, yz, còn trong $\overline{G}$ chỉ có cạnh xz, nên không thể có tam giác)



Nếu y không kề z thì trong G với bộ ba (x, y, z) chỉ có cạnh xy, còn trong $\overline{G}$ chỉ có cạnh xz, yz, nên không thể có tam giác).

(2) Do đó ta thấy, một bộ ba (x, y, z) không tạo thành tam giác cả trong G và $\overline{G}$ khi trong bộ ba này chứa đúng 1 cạnh hoặc đúng 2 cạnh trong G.

- Nếu xy là một cạnh trong G còn xz, yz không là cạnh trong G, thì xz, yz là hai cạnh trong $\overline{G}$. Khi đó trong tổng
$$\sum_{x \in V} d(x)(n-1-d(x))$$
bộ ba (x, y, z) sẽ được tính hai lần, một lần cho đỉnh x, một lần cho đỉnh y.
- Nếu xy không là cạnh trong G còn xy, yz là hai cạnh của G, thì xz là cạnh của $\overline{G}$, nên trong tổng trên, bộ ba (x, y, z) cũng được tính hai lần, một lần cho x và một lần cho z.

(3) Do đó, tổng số tam giác trong G và $\overline{G}$ là

$$\binom{n}{3} - \frac{1}{2} \sum_{x \in V} d(x)(n-1-d(x))$$
$$\geq \binom{n}{3} - \frac{n}{2} \left(\frac{n-1}{2}\right)^2$$
$$= \frac{1}{24} n(n-1)(n-5).$$

Ở đây ta sử dụng bất đẳng thức Cauchy

$$d(x)(n-1-d(x)) \leq \frac{(d(x)+n-1-d(x))^2}{4} = \frac{(n-1)^2}{4}.$$

□

Sau đây là một số bài tập tự rèn luyện.

Bài toán 14. *Một thành phố hình tròn bán kính 6 kilomet, có tất cả 18 xe cảnh sát thực hiện đi tuần vòng quanh. Họ sử dụng thiết bị không dây để liên lạc với nhau. Biết rằng thiết bị không dây này chỉ có hiệu quả trong vòng 9 kilomet. Chứng minh rằng ở bất cứ thời điểm nào, luôn tồn tại hai xe có thể liên lạc được với 5 xe khác.*

Bài toán 15. *Có 1999 người tham dự một hội nghị. Biết rằng lấy ra tùy ý 50 người, thì trong số họ có ít nhất hai người không quen nhau. Chứng minh rằng ta có thể tìm được ít nhất 41 người mà mỗi người quen biết với nhiều nhất 1958 người khác.*

Bài toán 16. *Hai trường đại học X và Y, mỗi trường có n sinh viên. Biết rằng mỗi sinh viên trong trường X đều khiêu vũ với một số (không khiêu vũ với toàn bộ) sinh viên của trường Y và mọi sinh viên trường Y đều khiêu vũ với ít nhất một sinh viên của trường X. Chứng minh rằng có thể tìm được hai sinh viên x, x' của trường X và hai sinh viên y, y' của trường Y sao cho x khiêu vũ với y và không khiêu vũ với y', trong khi x' khiêu vũ với y' và không khiêu vũ với y.*

Bài toán 17 (Rumani TST 2004). *Giả sử $A_1, A_2, \ldots, A_{101}$ là các tập con khác nhau của tập $\{1, 2, \ldots, n\}$. Biết rằng hợp của bất kỳ 50 tập hợp nào trong 101 tập hợp trên đều có nhiều hơn $\frac{50}{51}n$ phần tử. Chứng minh rằng tồn tại ba tập hợp trong số các tập con trên mà giao của hai tập bất kỳ trong chúng đều khác rỗng.*

Bài toán 18 (Châu Á Thái Bình Dương 1989). *Chứng minh rằng nếu đồ thị G gồm n đỉnh và k cạnh thì nó chứa ít nhất $\frac{k}{3n}\left(4k - n^2\right)$ tam giác.*

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 19 Số 1 (2015)