

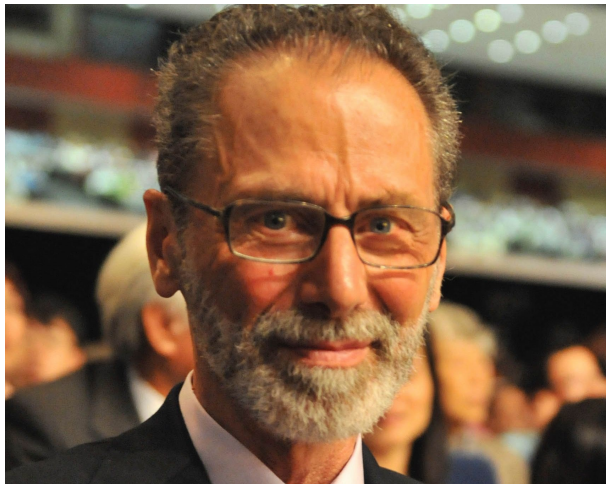
**Hội Toán Học Việt Nam**



# **THÔNG TIN TOÁN HỌC**

**Tháng 6 Năm 2017**

**Tập 21 Số 2**



# Thông Tin Toán Học

## (Lưu hành nội bộ)

- Tổng biên tập  
Ngô Việt Trung
- Phó tổng biên tập  
Nguyễn Thị Lê Hương
- Thư ký tòa soạn  
Đoàn Trung Cường
- Ban biên tập  
Trần Nguyên An  
Đào Phương Bắc  
Trần Nam Dũng  
Trịnh Thanh Đèo  
Đào Thị Thu Hà  
Đoàn Thế Hiếu  
Nguyễn An Khương  
Lê Công Trình  
Nguyễn Chu Gia Vượng
- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.
- Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode.

- Địa chỉ liên hệ

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***  
*Viện Toán Học*  
*18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội*

Email: [ttth@vms.org.vn](mailto:ttth@vms.org.vn)

Trang web:

<http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm>

Ảnh bìa 1. Nhà toán học người Pháp gốc Do Thái Yves F Meyer (sinh 19/7/1939) - Giải thưởng Abel 2017. Nguồn: Internet

© Hội Toán Học Việt Nam

Trang web của Hội Toán học:

<http://www.vms.org.vn>

# Toán học trong hệ thống giáo dục bậc cao ở Việt Nam

Neal Koblitz

(Đại học Washington, Seattle, Mỹ)

Trong báo cáo này, tôi đưa ra một vài nhận xét và khuyến nghị không chính thức về việc giảng dạy môn Toán ở bậc đại học và sau đại học ở Việt Nam. Việt Nam có tiềm năng để có thể nhanh chóng tiến xa trong việc giảng dạy và nghiên cứu toán học. Đất nước này có một bề dày truyền thống lâu đời. Trong lần đầu đến Việt Nam năm 1978, vợ chồng tôi được nhà toán học xuất sắc Lê Văn Thiêm dẫn đi tham quan Văn Miếu. Trên một tấm bia tại đó có khắc tên của Lương Thế Vinh, một nhà toán học chuyên về hình học sống cách đây hơn 500 năm. Sự kiện nhà toán học Ngô Bảo Châu được trao giải thưởng Fields năm 2010 là một minh chứng mới về sức mạnh của truyền thống toán học Việt Nam.

Mức độ thành thạo về toán trong trường phổ thông ở Việt Nam là cao theo tiêu chuẩn quốc tế. Hầu hết các giáo viên đều có chuyên môn vững vàng và tận tâm, và nghề giáo viên được coi là một nghề cao quý. Để thi đỗ vào một trường đại học có uy tín, sinh viên cần phải vượt qua một kỳ thi tuyển cực kỳ khó.

Tuy nhiên vẫn còn có một số mặt chưa phải là tốt. Cũng như ở nhiều nước khác, ở Việt Nam, người ta dạy toán như một chủ đề nặng tính hình thức, thuần túy lý thuyết, ít chú trọng đến tính ứng dụng.

Nghĩa là học sinh thường nghĩ đến toán như một thứ cần nắm vững để thi đỗ vào các trường đại học danh tiếng. Một khi đã vào được đại học rồi, họ không còn quan tâm mấy đến việc tiếp tục học toán. Học sinh có thể giải rất thành thạo một số dạng bài toán hình thức nhưng lại không nhận biết được vô vàn phương cách khác nhau mà con người dùng đến toán học trong một nền kinh tế hiện đại - để tối ưu hóa mạng lưới phân phối, quản lý dữ liệu lớn (big data), bảo vệ người dùng Internet khỏi bọn tội phạm mạng, xây dựng các mô hình về tác động môi trường, dự đoán diễn biến của dịch bệnh, và rất nhiều điều khác.

Vì vậy, khuyến nghị đầu tiên của tôi là các bài toán trong đời sống (còn gọi là “bài toán đố” hoặc “bài toán có lời văn”) sẽ dần dần được đưa vào các lớp học toán ở mọi cấp độ. Khuyến nghị thứ hai là nên cho sinh viên đại học tham gia Cuộc thi toán học quốc tế về mô hình hóa (MCM).

## **Cuộc thi toán học quốc tế về mô hình hóa (MCM).**

Cuộc thi toán học quốc tế về mô hình hóa (MCM) do một nhóm nhà toán học lập ra ở Mỹ từ đầu những năm 1990 nhằm khơi dậy cho sinh viên sự hứng thú với những lĩnh vực mỗi ngày một nhiều trong đó toán học được sử dụng để giúp

giải quyết những vấn đề phức tạp trong đời thực. Những trải nghiệm mãnh liệt khi tham dự kỳ thi đã để lại tác dụng lâu dài đối với các sinh viên, kết quả là nhiều người trong số họ sau đó đã lựa chọn những nghề nghiệp trong những ngành có liên quan nhiều đến toán học. Cuộc thi này đã trở nên hết sức phổ biến ở các trường đại học ở Mỹ và Trung Quốc, mỗi nước đều có tới hơn một nghìn đội dự thi.

Đồng nghiệp Jim Morrow của tôi, người hướng dẫn cho các đội dự thi của trường chúng tôi (University of Washington - UW), đã nói: “Cuộc thi toán học về mô hình hóa là một sự kiện quan trọng tại trường Đại học Washington. Cuộc thi đã thu hút những sinh viên giỏi nhất trường, và thành công của các đội của trường đã làm Khoa Toán, toàn trường và cả cộng đồng vô cùng tự hào.”

Cuộc thi ở cấp độ quốc tế này khác biệt về nhiều mặt so với các cuộc thi olympic toán:

- Thay vì giải sáu bài thuần túy về toán, yêu cầu đặt ra là viết một bài báo để giải một bài toán thực tế (sinh viên có thể chọn một trong bốn đề bài). Năm 2015, hai trong số các đề bài là thiết lập một mô hình toán học để (1) tiêu diệt bệnh do virus ebola, (2) tìm kiếm một chiếc máy bay mất tích.
- Cuộc thi dành cho sinh viên đại học (không phải học sinh cấp ba), mỗi đội gồm ba thành viên. Mỗi nước, thậm chí mỗi trường có thể có nhiều đội tham dự; năm 2015 trường tôi có sáu đội. Các thành viên mỗi đội không làm việc đơn lẻ, họ phối hợp với nhau cùng viết một bài báo duy nhất để giải bài toán đội mình đã chọn.
- Cuộc thi được tiến hành trực tuyến, không tổ chức tập trung; chỉ có một

khoản phí duy nhất là phí đăng ký dự thi ở mức 100 USD mỗi đội.

- Cuộc thi kéo dài 96 giờ, trong thời gian này sinh viên có thể tham khảo sách, báo, các nguồn tài liệu từ mạng Internet nhưng không được nhận sự trợ giúp từ bên ngoài. Các bài toán đặt ra đòi hỏi sinh viên phải tiếp nhận nhanh chóng kiến thức thuộc nhiều lĩnh vực khác chứ không phải chỉ riêng về toán.
- Cuộc thi nhấn mạnh vào thành quả đạt được chứ không vào sự cạnh tranh giữa các nước hay các trường với nhau.
- Cuộc thi chuẩn bị rất tốt cho thí sinh bước đầu quen với những thứ cần thiết với công việc của người học toán ở bậc cao. Trong thế kỷ 21, sự hợp tác, làm việc theo nhóm, các dự án đa lĩnh vực trở nên ngày càng phổ biến hơn nhiều so với thế kỷ trước.

Jim Morrow nhấn mạnh rằng sự khác biệt giữa việc chuẩn bị cho MCM với việc học toán trên lớp và ôn thi theo kiểu truyền thống là rất lớn. Điều này sẽ trở nên đặc biệt đúng ở Việt Nam, nơi các lớp học toán dạy những kỹ thuật toán hình thức chứ không đi vào ứng dụng.

Tuy vậy tôi lạc quan rằng sinh viên Việt Nam có thể đạt quả tốt ở MCM. Thông thường người giỏi toán lý thuyết cũng có thể giỏi về toán ứng dụng.

Trong những năm 1990, khi tới thăm các nước, vợ chồng tôi thường đến một số trường để giảng toán cho học sinh theo cách không giống với cách dạy trên lớp, thường về các chủ đề có tính ứng dụng. Chúng tôi nhận thấy, trong số trẻ em ở các nước này, các em nhỏ Việt Nam thường nổi trội hơn cả trong việc giải quyết vấn đề. Chúng tôi cho rằng, với trí thông minh, óc tưởng tượng phong phú và lòng khát khao học tập thì dù chưa từng làm quen với những dạng bài toán

được đưa ra, các em cũng sẽ không gặp khó khăn gì đáng kể.

### Toán lý thuyết

Toán học cũng giống như một đôi quang gánh: Một bên là toán ứng dụng, bên kia là toán lý thuyết. Cả hai bên phải được giữ cho cân đối.



Giáo sư Neal Koblitz. Nguồn: Internet

Có nhiều lý do giải thích vì sao nghiên cứu toán học là điều cốt yếu cho sức mạnh của việc phát triển khoa học và công nghệ của một quốc gia. Tất cả các nhánh của toán học đều liên hệ với nhau rất phong phú nên khó có thể dự đoán xem những ngành nào tạo được lợi ích kinh tế quan trọng nhất trong tương lai. Ví dụ, tôi được dạy ở bậc đại học (ở Harvard) và cao học (ở Princeton) về những ngành toán rất trừu tượng. Chắc chắn là khi còn đang học cao học, tôi không thể nào tưởng tượng được rằng sau này tôi lại dành gần hết sự nghiệp nghiên cứu của mình trong một lĩnh vực có tính ứng dụng rất cụ thể là mật mã toán học và an toàn mạng Internet, bởi vì thậm chí lúc đó Internet còn chưa tồn tại. Những thành quả nghiên cứu tôi đạt được về an toàn mạng đều là nhờ một quá trình đào tạo tuyệt vời tôi học được từ các thầy giáo của mình khi theo học toán lý thuyết.

Tương tự như vậy, nhà toán học nổi tiếng của Việt Nam, giáo sư Hoàng Tụy, có bằng tiến sĩ toán lý thuyết tại Moscow

nhưng sau này lại đi đầu trong một ngành mới của toán ứng dụng, lý thuyết tối ưu toàn cục, lĩnh vực liên quan đến việc tìm các phương án tối ưu để tổ chức thực hiện những nhiệm vụ hậu cần về sản xuất, vận tải và truyền thông.

Hơn nữa, toán học là một bộ phận của văn hóa nhân loại. Toán học là ngôn ngữ của tư duy logic và cái đẹp. Một đất nước không đóng góp gì mới cho toán học cũng giống như một đất nước không có một nền âm nhạc, nghệ thuật và văn học của riêng mình. Ngay trong những giai đoạn khó khăn nhất trong lịch sử của đất nước, các nhà lãnh đạo Việt Nam đã hiểu rõ điều đó. Năm 1967, sau cuộc gặp với thủ tướng Phạm Văn Đồng và bộ trưởng Tạ Quang Bửu, nhà toán học lỗi lạc người Pháp Alexandre Grothendieck đã viết “Tôi có thể xác nhận rằng, các nhà lãnh đạo cũng như nhà khoa học lớn đều tin tưởng rằng nghiên cứu khoa học - kể cả những nghiên cứu lý thuyết chưa có ngay các ứng dụng thực tế - đều không phải là một thứ xa xỉ, và rằng chính việc thúc đẩy nghiên cứu khoa học mang tính lý thuyết (cũng như việc phát triển giảng dạy và các ngành khoa học ứng dụng) cần phải được bắt đầu ngay lập tức chứ không phải chờ đến khi nào thuận lợi hơn thì mới làm”.

### Sự cần thiết của một chương trình đào tạo thạc sỹ mạnh

Có nhiều lý do cho thấy các chương trình mạnh đào tạo thạc sỹ về cả toán lý thuyết và toán ứng dụng nên là một ưu tiên đối với Việt Nam:

- Bằng thạc sỹ giúp cho sinh viên có lợi thế trong một số công việc nhất định ở khu vực kinh tế tư nhân.
- Sinh viên đăng kí theo học chương trình nghiên cứu sinh ở Mỹ hoặc ở nhiều nước khác thường có lợi thế nếu

họ có bằng thạc sỹ do chính nước mình cấp. Tôi là thành viên của hội đồng xét tuyển sau đại học của khoa nơi tôi công tác, và một lượng lớn sinh viên nước ngoài được chấp nhận đều có bằng thạc sỹ như thế.

- Một sinh viên đi du học sau khi đã có bằng thạc sỹ tại quê nhà thường trở nên già dặn và chín chắn hơn, gắn bó sâu nặng hơn với Việt Nam và vì thế ít có nguy cơ làm một phần trong trào lưu “chảy máu chất xám” hơn.
- Việc phát triển các chương trình đào tạo thạc sỹ chất lượng cao sẽ làm cho các trường đại học cấp tỉnh trở nên vững mạnh hơn. Các chương trình đào tạo thạc sỹ thường không đòi hỏi cao về nguồn lực và đội ngũ cán bộ như một chương trình đào tạo tiến sỹ nên có thể thực hiện được với các trường chưa đủ điều kiện đào tạo tiến sỹ. Trong hầu hết các trường hợp, chương trình đào tạo thạc sỹ là một bước cần thiết để phát triển thế mạnh trong một lĩnh vực khoa học. Một khi phát triển thành công chương trình đào tạo thạc sỹ, một trường đại học mới có thể hy vọng một cách thực tế là sau này sẽ có được một chương trình đào tạo tiến sỹ trong lĩnh vực đó.

### Vấn đề bình đẳng giới và Toán học

Một quốc gia muốn hiện thực hóa tiềm năng khoa học và công nghệ của mình cần phải biết cách cổ vũ và hỗ trợ phụ nữ tham gia nghiên cứu các ngành khoa học gắn liền với toán học. Hơn nữa, với sự phát triển của quá trình toàn cầu hóa và chủ nghĩa hưởng thụ, thông thường phụ nữ đang có xu hướng chọn ngành nghề về khoa học nhiều hơn nam giới.

Ví dụ, trong những năm 1980 và 1990, Mexico tiến hành một công cuộc tư nhân hóa, tăng cường hỗ trợ khu vực tư nhân

và cắt giảm sự hỗ trợ khu vực kinh tế công. Nhiều nam giới bỏ nghiên cứu khoa học để kiếm những công việc béo bở hơn trong khu vực tư nhân. Vì thế, số lượng phụ nữ tham gia nghiên cứu khoa học tăng lên đáng kể. Nghĩa là trong cái rủi lại có cái may.

Ở Việt Nam cũng vậy, khu vực tư nhân tăng trưởng nhanh trong những năm 1990. Sau khi Việt Nam bình thường hóa quan hệ ngoại giao với Mỹ năm 1994 và hòa nhập vào nền kinh tế toàn cầu, nhiều công ty nước ngoài mở chi nhánh tại đây, gây ra xáo trộn lớn về động cơ kinh tế. Một công việc thông thường của một nhân viên trong bộ máy hành chính quan liêu của các tập đoàn bản địa cũng đem lại lương cao hơn so với lương giáo sư đại học hoặc nghiên cứu viên các viện khoa học của chính phủ. Một cuộc xâm lăng văn hóa, chủ nghĩa hưởng thụ được du nhập từ Mỹ, Nhật Bản và Hàn Quốc, đã ảnh hưởng lớn tới lớp trẻ.

Việt Nam có truyền thống tôn sư trọng đạo và truyền thống này đã tồn tại qua hai cuộc kháng chiến chống thực dân Pháp và đế quốc Mỹ. Xét trong bối cảnh cực kỳ nghèo khổ sau hai cuộc chiến thì Việt Nam vẫn duy trì được một trình độ giáo dục và khoa học cao. Tuy nhiên, hai thập kỷ gần đây đã chứng kiến một xu hướng nhiễu loạn - hầu hết các học sinh tham dự (và đạt các giải rất cao) các kỳ Olympic toán (phần lớn trong số đó là nam) về sau bỏ học toán để theo đuổi sự nghiệp trong các ngành tài chính và công nghiệp, nhằm kiếm được thu nhập cao ở các công ty.

Trong một xã hội gia trưởng chịu ảnh hưởng nặng nề của chủ nghĩa vật chất, địa vị xã hội của người đàn ông được thể hiện qua khả năng kiếm tiền và tài sản của họ. Trong khi đó, địa vị xã hội của nữ giới có sự khác biệt nhỏ và theo một

nghĩa nào đó, tinh tế hơn: họ vẫn có thể có một cuộc sống tốt mà không cần phải tự kiếm được thật nhiều tiền.

Vị thế xã hội của nữ giới có một số hệ lụy tiêu cực, ví dụ như nhiều phụ nữ cảm thấy bị áp lực và không dám đấu tranh chống bất bình đẳng giới trong công việc, chế độ lương bổng, và chấp nhận quan điểm là các ngành nghề với lao động nữ chiếm đa số sẽ nhận được mức lương kém hơn so với các ngành nghề đòi hỏi lao động nam. Đôi khi, cũng một cung cách tổ chức xã hội như vậy lại dẫn đến các khía cạnh tích cực, chẳng hạn như ở Mexico, phụ nữ đã bắt đầu chiếm được các vị trí trong các trường đại học công cũng như các viện nghiên cứu, mà không bị lôi cuốn bởi đồng lương cao hơn trong khu vực tư nhân.

Tôi không muốn cường điệu hóa sự khác biệt về giới tính. Hiển nhiên có rất nhiều người, cả nam và nữ, tin rằng không cần phải có thật nhiều tiền và tài sản để có một cuộc sống hạnh phúc. Cũng như có rất nhiều người, cả đàn ông và đàn bà, bị cuốn theo lối sống vật chất. Tuy nhiên, tôi cho rằng trong nhiều trường hợp, nữ giới thường giỏi hơn nam giới trong việc kháng cự lại các mặt trái của nền kinh tế tư bản chủ nghĩa. Nói riêng, phụ nữ có tiềm năng trở thành các chuyên gia đầu ngành trong toán học và khoa học.

Tuy nhiên, cần phải thực hiện một số các thay đổi. Tình trạng bất bình đẳng giới tính hiện nay trong các kỳ thi Toán quốc tế (IMO) thật sự đáng báo động. Chẳng hạn như tại Mỹ hiện nay 32% số các tiền sỹ toán là nữ. Nhưng trong hầu hết các năm, toàn bộ thành viên trong đội tuyển thi Olympic Toán quốc tế của Mỹ là nam. Thực trạng này cũng đang xảy ra ở Việt Nam, khi có rất ít các thành viên trong các đội tuyển thi Toán quốc tế là

nữ, mặc dù các sinh viên nữ học toán rất giỏi, và ngày càng có nhiều hơn các giảng viên đại học ngành Toán là nữ.

Để đối phó lại với thực trạng không mấy tốt đẹp hiện nay về mất cân bằng giới tính trong các cuộc thi Toán quốc tế, vào năm 2002 các nhà toán học Trung Quốc đã quyết định tổ chức Kỳ thi Học sinh giỏi Toán quốc gia dành cho học sinh nữ. Họ bắt đầu mời các quốc gia khác tham gia từ năm 2004, và Mỹ lần đầu gửi đội tuyển dự kỳ thi này năm 2007. Trong năm 2015 kỳ thi diễn ra ở Thâm Quyển, Trung Quốc. Sẽ là rất tốt nếu Việt Nam gửi đội tuyển tham gia cuộc thi này hàng năm. (Ngoài ra còn có kỳ thi Học sinh giỏi Toán Châu Âu dành cho nữ, được tổ chức lần đầu tiên vào năm 2012).

Thêm vào đó, việc có được các đại diện nữ xứng đáng trong các đội dự thi MCM là rất quan trọng. Do các thành viên trong đội phải tập trung hợp tác cao độ trong khi thi, một số em nữ có lẽ sẽ cảm thấy bất tiện khi trong đội có cả thành viên nam. Trong trường hợp này, các trường đại học Việt Nam có thể tổ chức một số đội gồm toàn nữ bên cạnh các đội gồm cả nam và nữ.

### **Các nguy cơ đối với Việt Nam từ những lời khuyên sai lầm và các áp lực to lớn từ bên ngoài.**

Trong khoảng một thập kỷ vừa qua, nhiều nhà tư vấn và “chuyên gia” danh tiếng (và thường được trả lương rất hậu hĩnh) từ Mỹ, Úc, Ngân hàng Thế giới, cũng như nhiều chính phủ và tổ chức khác đã viết rất nhiều báo cáo và đề xuất của họ đối với nền giáo dục đại học của Việt Nam. Phần lớn các đề xuất đó là sai lầm, một phần vì sự thiếu hiểu biết về các hiện trạng ở Việt Nam, một phần vì sự khác biệt về ý thức hệ đã làm méo mó nhận thức của

họ. Để hiểu rõ hơn về suy nghĩ của tôi, mọi người có thể xem đoạn video dài 4 phút trên Youtube của Ngân hàng Thế giới nói về giáo dục ĐH ở Việt Nam. (<https://www.youtube.com/watch?v=cE-y6PMHE5U>). Người trình bày, Jeffrey Waite, được coi là *chuyên gia giáo dục hàng đầu* của Ngân hàng Thế giới (WB) ở Việt Nam, gợi cho tôi nhớ đến một câu học trò ngộ nghĩnh, khi bị phạt về tội không học bài, cố gắng trả lời các câu hỏi của giáo viên một cách bịp bợm. Sự hiểu biết về nền giáo dục Việt Nam của ông Waite rõ ràng là chưa đủ để lấp đầy một clip dài 4 phút về giáo dục Việt Nam, và vì vậy nên ông ta liên tục lặp lại các nội dung trong bài thuyết phát đây tự mãn của mình và liên tục nhắc đến các mỹ từ “*Tính tự chủ*” và “*quản trị*”.

Các từ này sẽ được mỗi người hiểu theo một cách khác nhau. Đối với Ngân hàng Thế giới, “*Tính tự chủ*” có nghĩa là một trường ĐH không bị kiểm soát bởi bất kỳ một bộ hay cơ quan nào của chính quyền trung ương hay địa phương. Tôi muốn phân tích kỹ từ “*Tính tự chủ*”, và đưa ra các ví dụ về “*Tính tự chủ*” ở cả Việt Nam và Mỹ.

### **Các hệ lụy của quyền tự chủ ở Việt Nam**

Cho đến khoảng cách đây 5 năm, một luận án tiến sĩ phải vượt qua hai vòng bảo vệ. Vòng đầu tiên được tổ chức bởi trường đại học và vòng cuối cùng được tổ chức bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo với các chuyên gia từ các trung tâm nghiên cứu lớn của cả nước. Vòng bảo vệ cuối cùng làm giảm thiểu khả năng một nghiên cứu sinh yếu kém có thể đạt được học vị tiến sĩ nhờ sự ưu ái và các mối quan hệ trong các trường đại học địa phương, hoặc vì các trường đại học cấp địa phương không có đủ các chuyên gia có khả năng đánh giá luận án của các nghiên cứu sinh.

Tuy nhiên, để tăng cường tính tự chủ cho các trường đại học, khoảng 5 năm trở lại đây, vòng bảo vệ luận án tiến sĩ thứ hai (tức là vòng bảo vệ luận án cấp trường) đã bị thay đổi đáng kể. Giờ đây, nó do chính trường đại học đã đứng ra tổ chức vòng một (bảo vệ luận án cấp cơ sở) thực hiện, và nói chung trở thành một nghi thức vô ích. Sức ép từ các chuyên viên tư vấn nước ngoài về tăng tính tự chủ cho các trường đại học, không còn nghi ngờ gì nữa, chính là yếu tố chủ yếu trong việc gỡ bỏ các kiểm soát về chất lượng trong đào tạo sau đại học ở Việt Nam. Điều này có nghĩa là một số tiến sĩ hiện nay có trình độ không đạt chuẩn quốc tế, và điều này đã hạ thấp uy tín của các tấm bằng sau đại học. Thậm chí những người đạt được học vị tiến sĩ từ các cơ sở đào tạo hàng đầu của đất nước cũng bị ảnh hưởng nghiêm trọng do bức tranh toàn cảnh đầy tiêu cực được tạo nên bởi các tiến sĩ yếu kém do các cơ sở khác đào tạo. Đây chính là hậu quả từ lời khuyên sai lầm của Ngân hàng Thế giới về việc gỡ bỏ các cơ chế kiểm soát đối với chất lượng đào tạo.

Khác với các quốc gia phát triển, Việt Nam không có truyền thống lâu đời về đào tạo sau đại học. Đây là điều không ngạc nhiên vì Việt Nam mới có đúng bốn thập niên được thống nhất và độc lập. Các nhà lãnh đạo ở Việt Nam hiểu rõ điều này khi họ tổ chức vòng bảo vệ cấp Nhà nước đối với luận án tiến sĩ cho đến năm 2010. Tuy nhiên, có vẻ như Ngân hàng Thế giới không hiểu điều này, và họ rõ ràng đã làm tổn hại đến chương trình đào tạo sau đại học ở Việt Nam bởi các khuyến nghị không hợp lý của mình.

### **Tính tự chủ trong các trường đại học ở Mỹ.**

Theo cách hiểu của Ngân hàng Thế giới về “*tính tự chủ*”, hầu hết các trường đại



học ở Mỹ đều có khả năng tự chủ (trừ một vài trường đại học công mà ở đó ban điều hành được chỉ định bởi thống đốc bang, người luôn cố gắng tạo ảnh hưởng và kiểm soát các quyết định quan trọng). Điều này có nghĩa là, việc điều hành các hoạt động của trường không bị kiểm soát bởi bất kỳ bộ hay cơ quan nào của chính phủ. Tuy nhiên, nếu ta sử dụng khái niệm rộng hơn về “tính tự chủ”, thì các trường đại học ở Mỹ có rất ít. Các trường đại học ở Mỹ phải tuân thủ một hệ thống cực kỳ phức tạp các điều luật và quy định của chính quyền liên bang và tiểu bang. Các luật lệ phức tạp đó (dài hàng ngàn trang giấy) là một trong các lý do tạo nên một đội ngũ khổng lồ các “quan chức trường đại học” - tôi tin là các trường đại học ở Mỹ có tỉ lệ nhân viên quản lý so với giáo sư cao hơn bất cứ quốc gia nào khác trên thế giới.

Tôi xin dẫn chứng một ví dụ nhỏ về các qui định khắt khe đó. Năm 1990, Quốc hội Mỹ thông qua đạo luật quốc gia về hỗ trợ người thiếu năng và tàn tật (gọi tắt là đạo luật ADA). Thoạt tiên, đạo luật được diễn giải là yêu cầu cung cấp, hỗ trợ những nhu cầu cơ bản và hiển nhiên đối với những người tàn tật. Tuy nhiên, sau này, đạo luật đó được mở rộng thêm để áp dụng đối với cả các khiếm khuyết về thể chất và trí tuệ, và các trường đại học bắt buộc phải có các biện pháp hỗ trợ cho những người này. Đối với các sinh viên có giấy chứng nhận của bệnh viện là “khó khăn trong việc tiếp thu kiến thức”, chúng tôi bắt buộc phải cho các sinh viên đó thêm 50% thời gian làm bài kiểm tra (trong một vài trường hợp là 100%). Các trường đại học phải xây dựng các trung tâm đặc biệt để hỗ trợ cho các sinh viên

này trong việc thi cử và phải thuê một số lượng lớn nhân viên để điều hành hệ thống này. Rất nhiều sinh viên (đặc biệt là các sinh viên giàu có) có thể dễ dàng tìm một bác sĩ có thể viết cho họ các chứng nhận như vậy. Khi càng ngày càng có nhiều sinh viên nhận thấy họ có thể dễ dàng lợi dụng hệ thống hỗ trợ này thì chúng tôi lại phải hỗ trợ nhiều hơn nữa cho những người được-gọi-là “khó khăn trong việc tiếp thu kiến thức”.

Một điều thật sự quan trọng cần phải hiểu là “tính tự chủ” theo cách hiểu của người Mỹ không có nghĩa là giảng viên và sinh viên có thực quyền tác động đến các quyết định quan trọng. Ví dụ như, những công chức được trả lương cao nhất trên thế giới là các huấn luyện viên môn bóng bầu dục tại các trường đại học lớn của Mỹ. Huấn luyện viên trưởng đội bóng bầu dục trường đại học Alabama (là một trường đại học công) có mức lương hơn 7 triệu đôla một năm. Khi các giáo sư hoặc sinh viên phản đối mức lương trên trời đó (hay là những tổn kém khác liên quan đến việc điều hành) thì các thắc mắc của họ bị lờ đi.

### **Một quyết định khôn ngoan**

Tôi đặc biệt vui mừng khi biết rằng vào tháng 8/2015, Chính phủ Việt Nam đưa ra quyết định ngừng cấp phép thành lập mới các trường đại học liên kết với nước ngoài<sup>(1)</sup>. Kể từ năm 2009, khi tôi bắt đầu lo ngại về các đề án tồi tệ từ Mỹ hướng vào thị trường giáo dục Việt Nam, tôi đã mong chờ một quyết định như vậy. Trong quãng thời gian đó tôi đã nêu nhiều ý kiến phê phán việc các cơ sở chân rết của các trường đại học của Mỹ được thành lập ở nước ngoài một cách cầu thả, thiếu nghiên cứu kỹ lưỡng. Một trong các bài

<sup>(1)</sup>Xem <http://m.vietnamnet.vn/vn/giao-duc/258935/ngung-thanh-lapmoi-cac-truong-dai-hoc-lien-ket-voi-nuoc-ngoai.html>

<sup>(2)</sup>Xem <http://www.math.washington.edu/ekoblitz/CHEletter.pdf>

viết của tôi được đăng trên tạp chí Chronicle of Higher Education<sup>(2)</sup>.

Vào năm 2009, Nhóm chuyên trách về giáo dục Việt Nam - Mỹ đề xuất Việt Nam bỏ ra một khoản tiền lớn để thuê người Mỹ xây dựng và quản trị một trường đại học. Để thu hút sự quan tâm và giúp đỡ chính phủ Việt Nam, trường đại học đó được quảng cáo như là một trường đại học “đỉnh cao”, nằm trong Top 200 của thế giới. Tuy nhiên, khi xem xét kỹ đề án, điều đập vào mắt trước tiên là trường đại học đó sẽ không có các chương trình đào tạo Toán và các môn khoa học tự nhiên, không có văn học, lịch sử Việt Nam, hay bất kỳ các môn khoa học xã hội nào khác. Một mô hình trường đại học như vậy không bao giờ có thể là một trường đỉnh cao, mà chỉ có thể là một trường dạy nghề nhằm giúp sinh viên có thể làm được các công việc thường nhật tại các tập đoàn đa quốc gia mà thôi.

Chiến thuật mà các thành viên người Mỹ trong nhóm chuyên gia giáo dục sử dụng để thuyết phục Việt Nam chấp nhận đề án của họ được biết đến như một thành ngữ trong tiếng Anh, tạm dịch là “*mồi chài và lật lọng*” (bait and switch). Đây là một hình thức bán hàng lừa đảo, được thực hiện bằng cách quảng cáo một sản phẩm ở một mức giá rất thấp để thu hút khách hàng, khi khách đến thì thông báo hết hàng hoặc hàng bị lỗi, rồi thuyết phục khách mua một món đồ khác với giá cao.

Một trường đại học đỉnh cao sẽ phải là nơi mà tri thức và văn hóa nở rộ, là nơi bảo tồn các giá trị tốt đẹp nhất của đất nước và con người Việt Nam (bao gồm cả khả năng nghiên cứu toán học). Một số người tin rằng Việt Nam chỉ có thể tự cường khi biệt đãi những trường đại học đỉnh cao như vậy. Theo lời giáo sư Joel Samoff ở đại học Stanford (khi bàn về

châu Phi, vốn là chuyên môn của ông) thì “Việc tiến hành nghiên cứu trong khoa học cơ bản và nhân văn và sự phát triển các đóng góp độc đáo cho tư tưởng là hết sức cần thiết nếu một xã hội muốn được độc lập một cách thực sự và có thể quyết định được tương lai của chính mình. Một chức năng như thế không phải là một thứ xa xỉ có thể bỏ qua trong một giai đoạn, chờ đến lúc khấm khá hơn mới thực hiện, mà là một phần không thể tách rời của chính quá trình phát triển”. Mặt khác, những người tin rằng Việt Nam nên là một *thuộc địa kiểu mới* sẽ ủng hộ dạng đại học đỉnh cao giả tạo được đề xuất bởi nhóm chuyên gia giáo dục đó.

Năm thành viên người Mỹ trong nhóm chuyên gia giáo dục đều là những người giàu có và nổi tiếng, nhưng có vẻ họ không biết nhiều về Việt Nam (cũng như là nền giáo dục đại học ở các quốc gia đang phát triển khác). Thành viên nổi tiếng nhất, nhà chính trị Bob Kerrey (người trở thành hiệu trưởng đại học sau khi rút khỏi chính trường), là một sự lựa chọn rất tồi cho cái nhóm chuyên gia đó. Đây không phải là nơi để thảo luận về các thảm kịch tội tệt trong lịch sử, nhưng nếu bạn có hứng thú, xin hãy đọc [https://vi.wikipedia.org/wiki/Thảm\\_sát\\_Thanh\\_Phong](https://vi.wikipedia.org/wiki/Thảm_sát_Thanh_Phong) hoặc <http://vnexpress.net/vu-tham-sat-tai-lang-thanh-phong/topic-13252.html>

Cuối cùng, cần phải nhấn mạnh là đề án hiện tại của phía Mỹ về việc xây dựng một trường đại học ở Tp. Hồ Chí Minh, Đại học Fulbright Vietnam (FVU) rất khác so với đề án của nhóm chuyên gia giáo dục trên ở một phương diện: đây là trường đại học được tài trợ bởi chính phủ Mỹ và các tổ chức Phương Tây, chứ không phải bởi chính phủ Việt Nam. Đó là sự khác biệt cốt yếu. Tuy nhiên, trên các phương diện khác thì đề án này cũng

tương tự như đề án năm 2009 của nhóm chuyên gia về thành lập đại học “đỉnh cao”. Đặc biệt từ góc độ của người Mỹ, thì một trong những mục đích của trường này là đào tạo một đội ngũ cán bộ thân Mỹ có thể tự xưng là “chuyên gia” về kinh tế và chính sách công; khi đó FUV sẽ đóng vai trò là một căn cứ của những lực lượng chống lại chủ nghĩa xã hội. Đừng quên rằng chính phủ Mỹ luôn tự cho mình quyền được can thiệp vào công việc nội bộ của nước khác, cho dù là đồng minh hay thù địch (các tài liệu của Cơ quan an ninh quốc gia Mỹ do Edward Snowden tiết lộ cho thấy chính phủ Mỹ đã nghe lén và do thám các cuộc đàm thoại cá nhân của lãnh đạo hơn 35 quốc gia). Chính phủ Mỹ sẽ không đòi nào tài trợ cho FUV trừ khi họ nghĩ rằng trường đại học này sẽ phục vụ cho lợi ích của nước Mỹ.

Đối với những người, như cá nhân tôi, tin rằng Việt Nam cần ưu tiên cải tạo các trường đại học đã có sẵn, thay vì cố gắng mở ra các trường đại học mới được thiết kế bởi nước ngoài, thì quyết định vừa rồi nhằm ngừng thành lập mới các trường đại học có yếu tố nước ngoài là một quyết định rất đáng hoan nghênh.

### Kết luận

- Các vấn đề thực tiễn nên dần được đưa vào trong các nội dung giảng dạy toán học ở mọi cấp của Việt Nam.
- Việt Nam cần tham gia kỳ thi Toán quốc tế về mô hình hóa, phần đầu mỗi trường lớn dần dần sẽ có ít nhất một đội dự thi.
- Để khuyến khích sinh viên nữ tham dự, nên có một số đội dự thi MCM gồm

toàn thành viên nữ, tránh cho các em khỏi e ngại khi ở trong đội có cả bạn khác giới.

- Việt Nam cần gửi đội tuyển tham gia kỳ thi Olympic Toán học dành cho nữ sinh của Trung Quốc.
- Chính phủ Việt Nam cần tăng mạnh sự hỗ trợ đối với các chương trình đào tạo cao học toán và khoa học cơ bản. So sánh với các môn học khác, hỗ trợ cho các chương trình đào tạo cao học toán rất hiệu quả và ít tốn kém.
- Việt Nam cần duy trì các tiêu chuẩn cao đối với các bậc đào tạo toán lý thuyết và ứng dụng. Chính phủ nên quay trở lại với hệ thống đào tạo trước đó đối với bậc Tiến sỹ, có vòng bảo vệ cấp nhà nước.
- Cần cân nhắc kỹ lưỡng các lời khuyên từ các nhà tư vấn và “chuyên gia” có liên quan đến chính phủ các nước phương Tây và các cơ quan tài chính. Những lời khuyên này nhiều khi không đáng tin cậy và có thể dẫn đến làm suy yếu các trường đại học của Việt Nam.
- Việt Nam cần tăng cường mạnh mẽ sự hỗ trợ đối với các trường đại học công lập; các Đại học Quốc gia phải được cải tiến không ngừng, mà mục tiêu phải là biến nó trở thành một trường đại học đỉnh cao thực thụ. Cụm từ *đỉnh cao thực thụ* có nghĩa là trường đại học phải có các chương trình nghiên cứu cả giảng dạy toán học và khoa học cơ bản ở đẳng cấp quốc tế (chứ không chỉ tập trung vào các ngành ứng dụng), cũng như đối với các môn lịch sử, văn học và nghệ thuật của Việt Nam và các nước khác.

Người dịch: **Nguyễn Trung Hiếu và Nguyễn Ngọc Phan**  
(Khoa Toán-Cơ-Tin học, Trường đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội)

## GIẢI THƯỞNG ABEL 2017

### Yves Meyer giành giải ‘Nobel toán học’ cho công trình về sóng nhỏ <sup>(1)</sup>

Alex Bellos

*Nhà toán học Pháp đã giành giải thưởng danh giá nhờ vào lý thuyết cho phép kết nối Toán học, Công nghệ thông tin và Khoa học máy tính.*

Nhà toán học người Pháp Yves Meyer đã giành giải thưởng Abel 2017 nhờ công trình về sóng nhỏ, một lý thuyết toán học với nhiều ứng dụng trong vấn đề nén dữ liệu, xử lý ảnh y học và phát hiện sóng hấp dẫn.

Meyer, 77 tuổi, sẽ nhận được giải thưởng trị giá 6 triệu krone Na Uy (khoảng 700.000 đô la Mỹ) của Viện Hàn lâm Khoa học Na Uy do những đóng góp nổi bật của ông cho toán học.

Giải thưởng Abel được trao hàng năm kể từ năm 2003. Năm ngoái, giải thưởng này được trao cho nhà toán học người Anh Andrew Wiles cho công trình chứng minh Định lý cuối cùng của Fermat. Giải thưởng Abel được nhiều người xem là một giải thưởng trong toán học tương đương với giải Nobel, vì thực tế không có giải Nobel toán học.

Viện Hàn lâm Na uy đã công bố tiểu sử của Meyer để giải thích công trình của ông theo hướng dễ tiếp cận. Tiểu sử, do nhà báo người Anh chuyên viết về đề tài khoa học Philip Ball viết, có nguyên văn như sau.

#### Tiểu sử của Yves Meyer

Yves Meyer đang là giáo sư danh dự tại trường Đại học sư phạm Paris-Saclay (Pháp). Ông đã chứng tỏ rằng, trái với điều F. Scott Fitzgerald đã nói về cuộc sống Mỹ<sup>(2)</sup>, trong toán học thực sự có màn diễn thứ hai, thậm chí có thể có nhiều hơn. Từ những đóng góp quan trọng trong lĩnh vực lý thuyết số ở giai đoạn đầu của sự nghiệp, với tính hiếu kỳ và nguồn năng lượng vô hạn của mình, Meyer đã bị cuốn hút vào việc nghiên cứu những phương pháp nhằm phân tích những đối tượng toán học phức tạp thành các thành phần dạng sóng đơn giản hơn - lĩnh vực được gọi là Giải tích điều hòa. Điều này đã giúp ông thành công trong việc xây dựng một lý thuyết về sự phân tích các tín hiệu phức tạp với những ảnh hưởng quan trọng trong máy tính và công nghệ thông tin. Sau đó, ông chuyển hướng một lần nữa những quan tâm của mình sang việc giải quyết các vấn đề toán học cơ bản trong lý thuyết các dòng chảy chất lỏng.

Ngay từ khi bắt đầu sự nghiệp nghiên cứu, Meyer đã có khuynh hướng vượt qua

<sup>(1)</sup>Dịch từ Tạp chí The Guardian (3/2017): “Alex Bellos, Abel Prize 2017: Yves Meyer wins ‘maths Nobel’ for work on wavelets”

<sup>(2)</sup>Nhà văn nổi tiếng người Mỹ với câu nói (nguyên văn): “There are no second acts in American lives”

những ranh giới. Sinh ra tại Pháp vào ngày 19 tháng 7 năm 1939, ông lớn lên ở Tunis, bên bờ biển Bắc Phi. Trong một cuộc phỏng vấn vào năm 2011, Meyer đã nói rằng, “Tunis trong ký ức tuổi thơ của tôi là một nơi đông đúc, nơi mà mọi người trên khắp Địa Trung Hải tìm thấy sự an cư. Khi còn là một cậu bé, tôi đã bị ám ảnh bởi ước muốn vượt qua ranh giới phân biệt giữa các nhóm dân tộc”.



Yves Meyer. Nguồn: Internet

Năm 1957, Meyer đứng đầu trong cuộc thi tuyển vào Trường Sư phạm Paris (École Normale Supérieure - ENS) danh tiếng, tọa lạc trên đường Ulm, Paris. Về sau ông cho rằng “Nếu bạn vào học tại ENS Ulm thì chính bạn đang lãng phí công sức và tiền bạc”. Tuy nhiên, “Đó là sự lựa chọn của cuộc sống. Cuộc sống của bạn được dành cho việc thu nhận và truyền đạt kiến thức”.

Sau khi tốt nghiệp, Meyer tiếp tục hoàn thành nghĩa vụ quân sự với vai trò thầy giáo ở một trường quân đội. Dù có tâm huyết sâu sắc đối với giáo dục và các học trò nhưng ông không phù hợp với vai trò đó. Ông đã thừa nhận rằng “Một người thầy tốt cần nhiều khả năng sư phạm và tính tổ chức hơn những gì tôi có”. Hơn nữa, ông cũng cảm thấy không thoải mái khi phải là một người “luôn đúng”. Meyer đã nói “Việc nghiên cứu thì tốn nhiều thời gian và thường mắc sai lầm”. Tuy nhiên ông ấy cảm thấy trải nghiệm giảng dạy ở

trường trung học đã định hình cuộc sống của ông: “Tôi nhận thấy rằng việc chia sẻ làm tôi hạnh phúc hơn là sở hữu”.

Ông tham gia công việc trợ giảng tại Đại học Strasbourg và lấy bằng tiến sĩ ở đó năm 1966 dưới sự hướng dẫn của Jean-Pierre Kahane, nhưng Meyer đã khẳng định rằng, giống như một số người khác ở Pháp vào thời điểm đó, về cơ bản ông tự hướng dẫn chính mình. Ông trở thành Giáo sư Toán học lần đầu tiên tại Đại học Paris 11 (Université Paris-Sud), sau đó là tại Trường Bách khoa Paris (École Polytechnique) và Đại học Paris-Dauphine (Université Paris-Dauphine). Ông chuyển đến Đại học Sư phạm Cachan (ENS Cachan, gần đây được đổi tên thành ENS Paris-Saclay) vào năm 1995, ở đó ông đã làm việc tại Trung tâm Toán ứng dụng (CMLA) cho đến khi nghỉ hưu vào năm 2008. Dù vậy hiện nay ông vẫn còn là thành viên dự khuyết của trung tâm.

### Tìm kiếm các cấu trúc

Công trình của Yves Meyer, theo nghĩa rộng nhất, đề cập đến việc tìm hiểu các hàm toán học có dạng phức tạp và sự thay đổi của chúng - đặc trưng có thể được mô tả bởi các phương trình đạo hàm riêng. Chẳng hạn như dòng chảy của chất lỏng được mô tả bởi hệ phương trình Navier-Stokes. Trong năm 1999, Meyer đã góp phần làm rõ các nghiệm đặc biệt của hệ phương trình này, chủ đề được xem là một trong những thách thức lớn nhất của toán học.

Sự quan tâm của Meyer đối với cấu trúc và tính chính quy của các đối tượng toán học phức tạp đã đưa ông đến với lý thuyết “model sets” vào năm 1960. Đây là một công cụ cho phép mô tả những mảng vật thể, trong đó lưới tinh thể thiếu tính trơn và tính đối xứng hoàn hảo. Công

trình này của Meyer được phát triển từ lý thuyết số đã cung cấp một lý thuyết nền tảng cho các vật liệu tựa tinh thể (quasicrystals), loại vật liệu được phát hiện lần đầu tiên trong các hợp kim vào năm 1982, mặc dù trước đó nhà vật lý toán Roger Penrose hình dung từ năm 1974 thông qua các sơ đồ bố trí tựa chính quy (quasi-regular tiling). Với việc khám phá ra vật liệu tựa tinh thể, nhà khoa học vật liệu Dan Shechtman đã đạt giải Nobel hóa học vào năm 2011. Với Meyer, ông tiếp tục duy trì sự quan tâm đối với vật liệu tựa tinh thể và trong năm 2010 ông đã cùng với Basarab Matei làm sáng tỏ cấu trúc toán học của chúng.

Trong những năm 1970, Meyer đã có những đóng góp to lớn trong lĩnh vực giải tích điều hòa, một lĩnh vực nhằm tìm cách phân tích các hàm số và tín hiệu phức tạp thành các thành phần được tạo ra từ các sóng đơn. Năm 1982, ông cùng với Ronald Coifman và Alan McIntosh chứng minh một định lý liên quan đến việc xây dựng toán tử tích phân Cauchy và qua đó giải quyết thành công một bài toán mở tồn tại khá lâu trong lĩnh vực giải tích điều hòa. Mọi quan tâm đối với các phân tích điều hòa như thế đã dẫn Meyer đến với lý thuyết sóng nhỏ. Lý thuyết này cho phép các tín hiệu phức tạp được “nguyên tử hóa” thành một loại hạt (particle) toán học, gọi là sóng nhỏ.

Lý thuyết sóng nhỏ được bắt đầu với các công trình của hai nhà vật lý đoạt giải Nobel là Eugene Wigner và Dennis Gabor, nhà địa vật lý Jean Morlet, nhà vật lý lý thuyết Alex Grossmann, và nhà toán học Jan-Olov Strömberg. Năm 1984, trong một lần làm việc bên cạnh chiếc máy photocopy tại École Polytechnique, Meyer bắt gặp bài báo về chủ đề này của Grossmann và Morlet và ngay lập tức ông bị nó cuốn hút. Ông nói “Tôi đã đón

chuyến tàu đầu tiên đến Marseilles để gặp Ingrid Daubechies, Alex Grossmann và Jean Morlet. Nó giống như một câu chuyện cổ tích. Tôi cảm thấy rằng cuối cùng thì tôi đã tìm được ngôi nhà của mình”.

### **Phá vỡ sự phức tạp**

Từ giữa những năm 1980, trong “màn diễn khoa học thứ hai” của mình, Meyer cùng với Daubechies và Coifman đã kết hợp các công trình trước đó về sóng nhỏ thành một bức tranh thống nhất. Đặc biệt, Meyer đã chỉ ra mối liên hệ giữa công trình về sóng nhỏ của Grossmann và Morlet với công trình của nhà toán học Argentina Alberto Calderón. Đây là nền tảng cho những đóng góp đáng kể nhất của Meyer trong giải tích điều hòa. Năm 1986, Meyer và Pierre Gilles Lemarié-Rieusset đã chỉ ra rằng các sóng nhỏ có thể tạo thành tập hợp gồm những đối tượng toán học độc lập với nhau, gọi là các cơ sở trực chuẩn.

Coifman, Daubechies và Stéphane Mallat đã tiếp tục phát triển các ứng dụng của lý thuyết sóng nhỏ vào những vấn đề liên quan đến lĩnh vực xử lý ảnh và tín hiệu. Ngày nay, lý thuyết sóng nhỏ có mặt khắp nơi trong những công nghệ như thế. Phân tích sóng nhỏ của hình ảnh và âm thanh cho phép chúng được phân thành các đối tượng toán học, nhằm phát hiện các yếu tố bất thường bằng cách sử dụng các hàm toán học trơn và có “đáng điệu tốt”. Việc phân tích này quan trọng cho vấn đề nén ảnh trong khoa học máy tính, chẳng hạn như nó được sử dụng trong định dạng JPEG 2000. Sóng nhỏ cũng hữu ích trong việc mô tả các đối tượng với hình dạng phức tạp, ví dụ như các đa fractal. Meyer nói rằng chính chúng đã thúc đẩy mối quan tâm của ông đối với phương trình Navier-Stokes vào giữa những năm 1990.

Trong 20 năm qua, niềm đam mê của Meyer đối với cấu trúc của các mô hình dao động đã giúp ông có những đóng góp quan trọng cho sự thành công của chương trình Herschel nhằm tạo ra các kính viễn vọng có thể nhìn sâu vào không gian. Ông nghiên cứu các thuật toán để phát hiện ra sóng hấp dẫn trong vũ trụ. Đóng góp của Meyer vào việc xử lý ảnh cũng rất đa dạng. Năm 2001, ông đề xuất một lý thuyết toán học nhằm phân tích hình ảnh bất kỳ thành một “cartoon” và một “texture”. Ngày nay, thuật toán “cartoon plus texture” này được sử dụng thường xuyên trong việc điều tra tội phạm để trích xuất dấu vân tay kỹ thuật số từ các dữ liệu phức tạp.

Theo những cách như thế, công trình của Meyer liên hệ giữa các lĩnh vực lý thuyết của toán học như giải tích điều hòa với việc phát triển các công cụ thực hành của khoa học thông tin và máy tính. Vì vậy, đây có thể xem là một ví dụ tuyệt vời cho khẳng định nói rằng các công trình toán học thuần túy có tầm quan trọng và hữu ích trong các ứng dụng thực tế.

### **Một trí thức du mục**

Meyer là viện sĩ của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp và viện sĩ danh dự của Viện Hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Mỹ. Các giải thưởng trước đây mà ông đã nhận được bao gồm giải thưởng Salem (1970) và giải thưởng Gauss (2010). Trong đó, giải thưởng Gauss về các ứng dụng của toán học là giải thưởng được trao bởi Liên đoàn Toán học Quốc tế IMU và Hội Toán học Đức DMV dành cho những đóng góp nổi bật trong toán học và có ảnh hưởng lên các lĩnh vực khác. Tính

đa dạng trong các công trình của Meyer, được thể hiện qua phạm vi áp dụng rộng rãi, phản ánh niềm tin của ông rằng sức sống trí tuệ được nuôi dưỡng bằng việc đối mặt với những thách thức mới. Ông được nhắc đến với câu nói: “Khi bạn trở thành chuyên gia hàng đầu trong một lĩnh vực thì cũng là lúc bạn nên rời khỏi lĩnh vực đó”. Nhưng ông cũng cảnh giác với sự kiêu ngạo này. Ông nói: “Tôi không thông minh hơn các đồng nghiệp làm việc ổn định của tôi”. Và, “tôi luôn là người du mục, cả về ý thức và nơi làm việc”.

Một số người cho rằng Meyer chưa nhận ra được những thành tựu to lớn của mình, có lẽ do ông chú trọng nhiều đến việc thúc đẩy sự nghiệp của người khác và chú tâm vào việc nghiên cứu, giảng dạy toán. “Tiến bộ của toán học là một công việc tập thể”, ông nói. “Tất cả chúng ta đều cần thiết cho sự tiến bộ đó”.

Ông đã truyền cảm hứng cho một thế hệ các nhà toán học, những người đã tiếp tục có những đóng góp quan trọng trong lĩnh vực của họ. Stéphane Mallat, một cộng sự của ông về lý thuyết sóng nhỏ, cho rằng ông là một người có tầm nhìn, công việc của ông không thể được coi là toán học thuần túy, toán học ứng dụng hay khoa học máy tính, nó đơn giản chỉ là đáng kinh ngạc. Còn sinh viên và các đồng nghiệp thường nói về óc tìm tòi, sức làm việc cũng như sự rộng lượng và cởi mở của ông đối với các lĩnh vực khác. Meyer cho rằng “Bạn phải tự cải thiện bản thân để làm điều gì đó khó khăn, tựa như làm nghiên cứu về toán học. Bạn cần phải tin rằng mình đang sở hữu một kho báu trí tuệ tiềm ẩn bên trong bản thân, một kho báu đang cần được khai phá và sử dụng”.

Người dịch: **Lê Xuân Trường** (Đại học Kinh tế Tp. Hồ Chí Minh)

## Ávila - Villani: hai con người đáng kể

Christoph Sorger

(Viện quốc gia về Toán học và Các tương tác (INSMI), CNRS, Pháp)

Đó là hai người khổng lồ của toán học Pháp - Cédric Villani, giải thưởng Fields năm 2010, và Artur Ávila, người Pháp-Brasil giành giải thưởng cao quý này vào năm 2014 - chuyện phiếm với Christoph Sorger, giám đốc Viện quốc gia về Toán học và Các tương tác (INSMI) của CNRS. Bài phỏng vấn được đăng trên số đầu tiên của tạp chí "Số tay khoa học".

**Christoph Sorger (C.S.):** Cédric Villani<sup>(1)</sup> và Artur Ávila<sup>(2)</sup>, việc nhận giải thưởng Fields có thay đổi cuộc sống của các anh không?

**Cédric Villani (C.V.):** Lúc ban đầu, khi người ta đặt câu hỏi này cho tôi trên chương trình vô tuyến, tôi đã trả lời rằng: "Còn quá sớm để nói về điều này, chúng ta hãy chờ xem". Sau nhiều năm, tôi có thể khẳng định rằng, có, điều đó đã thay đổi cuộc sống của tôi, không còn nghi ngờ gì nữa. Vượt xa khỏi quỹ đạo nghề nghiệp của tôi, giải thưởng Fields đã làm nên một nền tảng đáng kể về xã hội và truyền thông. Nó cũng đã giúp tôi thực hiện được một số hoạt động truyền thông và thúc đẩy một số dự án mà tôi đã không thể thực hiện được nếu không có nó. Thường xuyên có những người gặp tôi trên đường phố, trò chuyện về toán học, nói với tôi là họ không hiểu gì về

nó nhưng rất hạnh phúc khi nghe tôi nói hay họ thiết tha mong tôi đến nói chuyện ở trường phổ thông, ở trường đại học hay công ty của họ. Ta nhận ra rằng, và đây là một bài học lớn tôi rút ra qua những năm tháng ấy, tất cả mọi người yêu thích các nhà khoa học khi họ nói chuyện đến thế nào và mong muốn họ đến với công chúng ra sao. Trong quá trình cảm nhận được điều đó, tôi nhớ đến một câu nói của John Nash<sup>(3)</sup>, một trong những người hùng của tôi trong toán học. Tôi ngưỡng mộ một những công trình của ông, đặc biệt là về các quy luật của các phương trình đạo hàm riêng. Ông đã không được tặng thưởng giải thưởng Fields, nhưng những gì mà ông làm đã vượt xa những điều kiện "đủ" để có thể nhận nó. Ông đã không bao giờ tiêu hoá nỗi việc mình không được nhận nó và đã lặp lại, rất lâu sau: "Điều đó đã có thể thay đổi cuộc đời tôi". Khi mới đọc câu này, tôi đã tự bảo rằng, dù sao, Nash cũng hơi quá lời. Ông là một trong rất hiếm nhà khoa học, trong khi còn sống, đã trở thành người hùng trong một bộ phim của Hollywood. Nhưng, một khi ta được nhận giải thưởng ấy, ta mới nhận ra rằng có rất nhiều kỳ vọng và tiềm năng ẩn sau nó, ở ngoài cộng đồng còn hơn cả trong cộng đồng.

<sup>(1)</sup>Giám đốc Viện Henri-Poincaré (CNRS/Đại học Pierre-et-Marie-Curie). Gần đây Villani tham gia đảng "Cộng hoà tiến bước!" của tổng thống Emmanuel Macron và trúng cử nghị sĩ tại cuộc bầu cử quốc hội Pháp vừa qua. Ông tuyên bố sẽ từ bỏ chức vụ giám đốc Viện Henri-Poincaré để tham gia chính trường nhằm cải thiện hệ thống khoa học của Pháp.

<sup>(2)</sup>Thành viên của Viện Toán Jussieu-Paris Rive Gauche.

<sup>(3)</sup>John Nash mất ngày 23 tháng 5 năm 2015, bốn ngày sau khi nhận giải thưởng Abel cao quý. Cédric Villani tưởng nhớ ông trên blog của mình: <http://cedricvillani.org/breve-rencontre-in-memoriam-john-nash>



*C.S.: Artur, anh nhận được giải thưởng này gần đây hơn. Đó là ở Seoul vào tháng 8 năm 2014. Anh cảm thấy thế nào?*

**Artur Ávila (A.Á):** Ngay sau sự kiện này, tất nhiên, có một chút áp lực lên tôi, đáng chú ý là trong truyền thông. Tôi có ấn tượng rằng sự quan tâm đến toán học ở Pháp lớn hơn nhiều so với ở các nước khác. Thật thú vị là ở đây người ta coi trọng đến thế một giải thưởng như giải thưởng này. Tôi không biết vì sao ở nơi khác không có điều tương tự. Về phần mình, tôi quan tâm đến việc nhân sự kiện này sẽ làm phát triển toán học ở Brasil, quê hương tôi: ở đó, toán học đang đi đúng hướng, nhưng nó mới chỉ đạt được những kết quả tiếp nối. Đại hội Toán học quốc tế (ICM) sẽ diễn ra vào năm 2018 ở Rio de Janeiro. Tôi cảm thấy giống như một nghĩa vụ việc phải có mặt ở đó, vì tôi không có những năng khiếu đặc biệt trong các công việc này và trong việc thúc đẩy toán học trở thành một phần của trí tưởng tượng tập thể.

*C.S.: Khi tôi từ đại hội ở Seoul trở về, một số đồng nghiệp ở các ngành khác đã hỏi tôi: "Phải giải thích thế nào về việc toán học ở Pháp thành công đến vậy?". Đây là một câu hỏi mà các nhà báo thường xuyên đặt ra. Cédric, Artur, câu trả lời là gì?*

**C.V.** Trước hết tôi sẽ quay trở lại với những điều Artur vừa nói. Chắc chắn là ở Pháp, trí thức luôn được lắng nghe. Có một số người phản nản rằng tiếng nói đó đã không còn ảnh hưởng trong công chúng, nhưng nếu họ đến Mỹ, họ sẽ nhận ra rằng tình hình ở đó còn tệ hơn rất nhiều. Ở nước ta, người ta luôn có một sự kính trọng đối với khoa học, đặc biệt với toán học. Từ lâu, người ta đã xếp loại các ngành khoa học khác nhau và toán học luôn được xếp ở hàng đầu. Điều đó vẫn còn trong tâm trí của rất nhiều người. Ngay cả những người không có thiện cảm

với ngành khoa học này cũng có trong ý nghĩ rằng đây là ngành có ảnh hưởng và đáng kính nhất trong tất cả các ngành. Cần phải xem xét đến sức nặng của lịch sử. Ở Pháp vào thế kỷ 18, cuộc Cách mạng Ánh sáng đã có một ảnh hưởng đáng kể đến trình độ toán học và người ta đã chứng kiến sự nở rộ của những tập thể các nhà toán học có ảnh hưởng rất lớn. Rồi đến Cách mạng Pháp, và cùng với nó là rất nhiều các ý tưởng, sự cần thiết phải làm những cái tuyệt đối, phải định nghĩa lại các đơn vị đo lường về thời gian và không gian, tất cả được cải cách. Có nhiều nhiệm vụ được giao cho các nhà toán học. Tiếp theo, Napoléon lên nắm quyền - nhà lãnh đạo toán học, toán học nhất từ trước đến giờ - và ông ta đã làm tất cả những gì có thể để phát triển ngành này. Như vậy là chúng ta đã ở trong dòng chảy từ ban đầu này: đã luôn có một loạt các nhà thông thái toán học, đặc biệt ở Paris, và điều đó tiếp tục được duy trì, có lẽ là đến thảm họa của thế chiến lần thứ nhất, thời điểm duy nhất mà vị trí của Pháp bị suy yếu trên trường quốc tế. Nhưng đó cũng là một câu hỏi về tinh thần và văn hoá. Khi các đồng nghiệp nước ngoài hỏi tôi: "Những gì đang xảy ra với bạn?", tôi trả lời họ: "Trong toán học, vấn đề là tìm kiếm chân lý tối thượng, trừu tượng nhất có thể, và giải thích cho tất cả mọi người lời giải là gì; và tất nhiên là người Pháp, luôn tin rằng mình có lý, đã thực hiện điều đó trong tất cả các lĩnh vực!"

**“Tại Pháp, sinh viên học toán ở một trình độ cao hơn tại các nước khác.”**

*C.S.: Ý kiến của anh, Artur, dưới cái nhìn của một người Brazil?*

**A.Á.** Vấn đề về truyền thống quả thực là quan trọng. Việc nước Pháp đã có một

bề dày lịch sử toán học luôn cuốn hút các nhà khoa học từ khắp nơi. Tất nhiên là tôi đã đến đây vì ta thấy ở đây một trường phái toán học lớn rất năng động. Toán học cần thâm nhập vào nhiều tầng lớp của xã hội, và đó là một đặc trưng mà tôi nhận thấy ở Pháp, nhất là trong quá trình tuyển chọn. Tôi hiểu được việc tuyển chọn là rất chặt chẽ trong ngành này, đến mức mà sinh viên phải học toán khá là khó, ở một trình độ cao hơn tại các nước khác. Họ học như thế vì phải như vậy họ mới tới được đích của mình. Một khi đã tìm hiểu kỹ, một số người đã chọn ngành này làm nghề nghiệp.

Ngoài ra, chúng ta có thể tiếp xúc với toán học theo những phương thức khác nhau: những kỳ thi Toán quốc tế, chẳng hạn, phát triển rất tốt ở các nước phương Đông hay ở Brasil. Trong trường hợp của tôi, chính điều đó đã giúp tôi hướng đến với việc học toán, trong khi đó ở Pháp khái niệm đó không tồn tại. Với một số người, Kỳ thi Toán Quốc tế chỉ như một trò chơi, với một số người khác thì như một đam mê hay một cơ hội để học sâu hơn.

**C.V.** Tôi xác nhận lại điều Artur nói. Tôi chưa bao giờ tham gia vào các kỳ thi Toán Quốc tế hay thậm chí kỳ thi toàn quốc. Đơn giản chỉ là hệ thống làm cho tôi tiến lên: tôi thích “toán”, nên tôi tiếp tục theo hướng này, tôi học một lớp dự bị, rồi sâu hơn, trường Sư phạm (Ecole Normale Supérieure - ENS) ... Tôi không bao giờ tự vấn, tôi chỉ đi theo tuần tự. Và, trong chừng mực nào đó, điều đó hoạt động tốt. Điều đó hoạt động tốt cũng là vì có cả một hệ thống các cơ sở đào tạo. Tất nhiên, hệ

thống các Trường Lớn (Grands Ecoles)<sup>(4)</sup> không xa lạ với các thành công quốc tế. Tôi không nói rằng riêng các trường lớn là quan trọng, khác xa với điều đó - bản thân tôi là một giáo sư ở trường đại học công lập - nhưng, như một chất xúc tác năng động nhất, chúng đóng một vai trò đáng kể. Tất cả các giải thưởng Fields của Pháp, trừ Artur, đều qua Ecole Normale Supérieure. Cùng với đại học Princeton, đó là cơ sở ghi nhận nhiều giải thưởng Fields nhất trên thế giới. Cũng nên lưu ý thêm rằng môi trường nghiên cứu toán học của Pháp rất có cấu trúc: được quản lý một cách địa phương theo những luật do các nhà khoa học định ra và một cách đồng bộ theo các đề án của CNRS. Tôi cho rằng đó là những quy tắc mà chúng ta có thể nhận ra rõ nét CNRS như một tổ chức quản lý, và tất cả chúng ta đều rất gắn với vai trò của một điều phối viên của tổ chức. Quy hoạch về địa lý cũng được tính đến, về vấn đề này thì trường hợp của tôi là một ví dụ lý tưởng: tôi đã thực hiện công việc của mình giữa Paris và Lyon, và việc tôi đã trải qua 9 năm ở ENS Lyon đã đóng một vai trò quyết định trong việc hình thành các chủ đề nghiên cứu và các kết quả toán học của tôi. Cuối cùng, các nhà khoa học đã có một số thông lệ: tránh tối đa việc tuyển dụng người trong khoa, có ý thức phát triển hướng nghiên cứu này hay hướng nghiên cứu kia, điều đó cho phép những người trẻ tuổi thay đổi môi trường, và điều này hoạt động tốt.

*C.S.: Tôi muốn chú ý một điều hợp với điều Artur nói về việc quốc tế hoá của ngành này. Có bốn giải thưởng Fields và không ai trong số những người được tặng làm việc tại quốc gia nơi họ sinh ra. Martin Hairer*

<sup>(4)</sup>Hệ thống Đại học công của Pháp gồm các Đại học (công) (Université) và các Trường Lớn (Grandes Ecoles). Sau khi tốt nghiệp cấp 3, học sinh làm hồ sơ đăng ký vào các Đại học và (hoặc) các lớp dự bị. Việc tuyển sinh vào các lớp dự bị (thường) khó hơn nhiều vào các Đại học. Sau khi tốt nghiệp hai năm học dự bị, thí sinh thi vào các Trường lớn và kỳ thi này tỉ lệ chọi rất cao. Ở bậc đào tạo thạc sĩ và tiến sĩ, các Đại học và Các Trường lớn thường có các liên kết với nhau.

người Áo làm việc tại Đại học Warwick của Anh, Manjul Bhargava người Canada làm việc ở Mỹ và Maryam Mirzakhani, người Iran, người phụ nữ đầu tiên nhận giải thưởng Fields, là một giáo sư tại Đại học Stanford. Tôi nghĩ rằng, đối với Iran, giải thưởng này là rất quan trọng; Tổng thống Iran thậm chí đã tweet một bức ảnh của nhà toán học. Anh nghĩ gì về Brazil, Artur? Tôi nghĩ rằng giải thưởng của anh đã tạo nên một niềm vui to lớn ở Rio de Janeiro ...

**A.Á.** Vâng, nó thể hiện một điều gì đó đặc biệt ở đó vì ở đó không có một truyền thống nghiên cứu tương tự. Những người Brasil không ở trong môi trường nghiên cứu thường hay đặt câu hỏi liệu người ta có thể làm toán, làm khoa học ở trình độ cao ở Brasil không. Chính là sau kỳ thi Toán Quốc tế mà tôi đã quyết định làm toán vì sự kiện đó đã cho phép tôi tiếp cận với Viện Toán học lý thuyết và ứng dụng (IMPA) và gặp gỡ những nhà toán học xuất sắc. Ở đó có các trao đổi quốc tế, và người ta có thể gặp những người đã đạt giải thưởng Fields khá dễ dàng. Điều quan trọng là người Brasil phải biết rằng có những nghiên cứu ở trình độ cao đang diễn ra trên đất nước của họ. Điều đó có thể khuyến khích họ gia nhập vào con đường toán học, đó có lẽ là hệ quả quan trọng nhất. Còn điều gì khác nữa không à? Sẽ hơi phức tạp để dự đoán điều gì sẽ đến với trình độ giáo dục ở nước tôi, bởi vì những khó khăn còn rất nhiều. Người ta đạt tới một trình độ rất cao về toán bởi vì điều đó không đòi hỏi nhiều tiền hoặc một tổ chức đặc biệt và người ta không phụ thuộc vào những phòng thí nghiệm lớn. Những người nghiên cứu làm việc khá độc lập, theo nhóm nhỏ. Các vấn đề giáo dục, bản thân chúng, phức tạp hơn nhiều để giải quyết. Brasil là một đất nước mệnh mông mà những khó khăn

của nó thuộc về hệ thống, nhưng tôi có một niềm hy vọng nhỏ rằng giải thưởng của tôi sẽ thúc đẩy mọi người. Tôi đọc ở đâu đó rằng có thêm một ít sinh viên đại học quan tâm đến toán học. Chúng ta sẽ thấy, sẽ là quá sớm để nói.

**C.S.:** Cần phải quay trở lại một chút. Khi nói về chuyên ngành của anh, Artur, về hệ động lực, cũng là thế mạnh ở Brasil. Ta nghĩ đến Henri Poincaré: anh có thấy có một sự liên tục giữa các công trình của mình và của ông ta không?

**A.Á.** Poincaré chắc chắn là một trong những người sáng lập ra Lý thuyết hệ động lực. Ở IMPA, người ta luôn kể cùng một câu chuyện. Ông đã viết một công trình để đạt giải thưởng của vua Oscar II của Thụy Điển và trong khi làm điều đó ông ta đã thực hiện được những tiến bộ vượt bậc trong ngành thiên thể học. Sau khi đạt giải, ông ta tiếp tục nghiên cứu đề tài này và nhận thấy rằng mình đã mắc một sai lầm. Bởi vì công trình của ông đã được in ra nên ông đã đề nghị người ta ngừng lưu thông nó. Tôi không biết hết các chi tiết của câu chuyện nhưng có vẻ như ông đã phải trả chi phí cho việc này và cuối cùng giải thưởng Oscar đã không mang đến tiền bạc cho ông. Poincaré đã hiểu ra rằng các hệ động lực phức tạp hơn rất nhiều so với những gì ông đã tưởng tượng: ông đã phát minh ra sự tồn tại của các “điểm homocline”. Đó là một điều rất khó giải thích và bản thân ông ta cũng cho rằng không có cách giải thích. Vì vậy tôi sẽ không trình bày trong một từ những gì mà ông ta đã không giải thích trong công trình của mình. Hiện nay, chúng tôi vẫn đang luôn luôn thực hiện các khám phá liên quan đến những điểm này. Tôi có thể nói rằng có một sự liên tục khá tự nhiên giữa những điều đó và những điểm hút, những hệ động lực bậc hai - chủ đề của luận án tiến sỹ của tôi; và tất

cả những hệ động lực đang được nghiên cứu hiện nay.

*C.S.: Đúng là như vậy, đó là một sự liên tục thực sự. Thế còn anh, Cédric?*

**C.V.** Tôi sẽ bổ sung thêm với Artur. Gösta Mittag-Leffler, đồng sự lớn người Thụy Điển của Poincaré, đã tập hợp tất cả các số của tạp chí Acta Mathematica đã công bố các kết quả của ông và đã cho vào cõi già, chỉ còn hai hay ba bản vẫn còn được lưu trữ tới nay tại Viện Mittag-Leffler<sup>(5)</sup>. Poincaré đã phải trả phí cho việc tiêu hủy đó với số tiền lớn hơn số tiền ông nhận được từ giải thưởng của vua Oscar II. Ta thích thú với câu chuyện đó khi nó chứa đựng những sự trái khoáy và sai lầm: nó cho thấy rằng Poincaré có thể mắc sai lầm, như bất cứ một ai, trong khi hiển nhiên ông là nhà toán học lớn nhất của thời đại mình. Về phần mình, tôi không rút ra được nhiều điều về các hệ động lực, mà là về sự hăng say của ông trong việc phát triển ngay từ đầu vật lý và toán học. Vào đầu thế kỷ 20, ông đã phác thảo những chương trình có tầm nhìn xa hướng đi của các nghiên cứu về phương trình đạo hàm riêng. Thực ra, vì ông làm việc trên mọi ngành, nên gần như tất cả các nhà toán học đều tìm thấy một mối liên hệ với ông. Về mặt đó, Poincaré đã thể hiện trong tất cả các khoa học, ông nghiên cứu toán và vật lý, ông đã là kỹ sư, ông thực hành triết học. Và tất cả mọi người đều biết ông, ông có tính phổ quát. Một khía cạnh khác mà tôi có thể được biết, đó là tầm quan trọng của việc ông gắn kết với mọi người: ông đã viết những bài viết về khoa học và tham gia viết các cuốn sách để giải thích khoa học cho trẻ em, với một cách tiếp cận luôn luôn hiện đại. Đó là lý do tại sao Viện Henri-Poincaré được thành lập vào năm 1928

nhưng đã được “thiết kế lại” gần hai mươi năm nay, người ta tổ chức các hoạt động toán học trong tất cả các mặt của nó: trước hết là tiếp xúc với các khách mời từ khắp mọi nơi với các hướng nghiên cứu không ngừng được đổi mới; tiếp đến là hỗ trợ hậu cần cho các hiệp hội và các cơ sở để phát triển toán học Pháp; và cuối cùng là giao lưu với tất cả các tầng lớp xã hội. Để lấy một ví dụ liên quan đến các kỳ thi như Toán Quốc tế, chúng tôi liên kết với kỳ thi Kangaroo với mục đích để những bạn đạt giải có thể gặp gỡ các nhà toán học nổi tiếng, các giải thưởng Fields...

*C.S.: Chúng ta rất gắn kết với việc quảng bá văn hóa toán. Điều đó quan trọng với xã hội chúng ta, trong vòng ba mươi năm qua ta thấy sự thâm nhập của ngành này trong mối tương tác với những ngành khác ở những vấn đề quan trọng. Cédric, ở Seoul, chúng tôi đã tham dự một bài phát biểu về một ứng dụng đáng ngạc nhiên: hình ảnh y học.*

**C.V.** Nhà toán học Pháp Emmanuel Candès, hiện đang làm việc ở Stanford, đã kể cho chúng tôi nghe làm thế nào mà những nghiên cứu của ông về thống kê và trí tuệ nhân tạo, với các phương pháp tính toán chi tiết, đã có những ứng dụng đáng kể. Điều đó thực sự là đáng ngạc nhiên cả dưới góc độ toán học và dưới góc độ y học. IRM (chụp cộng hưởng từ) là một trong các hoạt động quen thuộc dựa trên một nguyên lý toán học, ngay cả khi người ta không ý thức về điều đó.

Trong một ảnh cộng hưởng từ, việc chụp được thực hiện với các tia để có hình ảnh. Điều đó cũng tương tự như một biến đổi Fourier, một chủ đề quen thuộc trong toán học. Sau đó phải đảo ngược

<sup>(5)</sup>Những bản này đã bị mất và mới được tìm thấy ở Lund, gần Thụy Điển, vài năm trước. Hiện nay chúng được trưng bày ở Viện Mittag-Leffler.

biến đổi Fourier này để xây dựng lại hình ảnh của các bộ phận. Hiện nay, việc thu thập số liệu đòi hỏi hai phút, trong khi đó bệnh nhân phải hoàn toàn bất động. Hai phút với một em bé bị ốm, điều đó có lẽ thực sự là khó khăn. Emmanuel Candès đã giải thích cho chúng ta cách làm thế nào, trong khi hợp tác với các nhà y học, anh ấy có thể sử dụng các đánh giá của mình để xây dựng lại các thông tin còn thiếu và thay hai phút bằng chỉ mười lăm giây với những lợi ích rõ ràng. Trong các nghiên cứu khác nhau của mình với Terence Tao, anh ấy đã chỉ ra rằng thông thường để xây dựng lại một hình ảnh thích hợp, người ta cần một lượng rất ít thông tin so với toàn bộ thông tin. Trong một số trường hợp, chỉ với 2% dữ liệu bạn có thể xây dựng lại thông tin hữu ích. Với những ví dụ như vậy, ta gặp một trong những bi kịch của thế giới hiện nay: thông tin mất đi trong dữ liệu, và vấn đề là phải xác định những gì đáng giữ lại.

**“Chụp cộng hưởng từ là một trong các hoạt động quen thuộc dựa trên một nguyên lý toán học, ngay cả khi người ta không ý thức về điều đó.”**

*C.S.: Trong vòng mười lăm giây các bác sĩ thực hiện những việc quét hình ảnh mà trước đây họ không thể làm được, quả là một bước tiến thực sự... Hãy xem xét một ví dụ khác từ thời cổ đại: vào thời đó người ta không đặt ra câu hỏi liệu trái đất phẳng hay tròn, mà người ta tự hỏi làm thế nào để tính toán chu vi của nó.*

**C.V.** Chúng ta phải biết ơn Ératosthène đã cho câu trả lời, ông là một trong năm nhà toán học Hy Lạp cổ đại, những người đã đặt nền móng cho các thiên niên kỷ, với vai trò là những tham chiếu văn hoá. Ông đã phát hiện ra rằng vào một số ngày trong năm, mặt trời chiếu vuông góc

trong một số cái giếng. Từ đó ông rút ra, bằng cách áp dụng các quy luật cơ bản của lượng giác, cách đo chu vi trái đất. Cách tính rất thông minh, chính xác, với sai số nhỏ hơn 2%. Nhờ vào đó, ta thấy rõ một lý luận và tính toán toán học có thể giúp ích thế nào trong việc thay đổi cách trình bày hiện thực. Cách tiếp cận cũng cho ta thấy điều quan trọng không phải là các kỹ thuật toán học mà là các trực giác. Ví dụ cực kỳ đặc sắc này đã chứng tỏ rằng bằng cách kết hợp một hàm lượng kỹ thuật toán với một trực giác tốt, người ta có thể đạt đến những kết quả, chưa đến mức nói là thay đổi cuộc sống của ta mỗi ngày, nhưng dù sao cũng thay đổi cách ta nghĩ, cách ta nhìn môi trường xung quanh ta. Điều đó nhắc nhở chúng ta rằng khoa học toán học đã được sinh ra để giải quyết những vấn đề của thế giới quanh ta.

*C.S.: Artur, để nhận được Giải thưởng Fields cần phải dưới 40 tuổi. Ý tưởng cơ bản là tôn vinh những công trình khởi đầu sự nghiệp mang tính đột phá. Anh định sẽ theo đuổi tiếp những nghiên cứu nào?*

**A.Á.** Tôi không thích nghĩ đến những dự án tương lai hoành tráng bởi vì nói chung tôi nhìn mọi điều hiện lên một cách tự nhiên hơn bằng cách làm việc ngày qua ngày. Ta nghiên cứu, ta cố gắng để hiểu rõ hơn, ta gặp những vấn đề nhỏ, ta quan sát chúng... Và chính từ những công việc hàng ngày mà, thỉnh thoảng, ta phát hiện ra điều gì đó ta có thể nhận ra là hữu ích trong một nghiên cứu khác. Vì vậy, chắc chắn không phải bằng việc tập trung trực tiếp vào các vấn đề to lớn mà người ta khám phá. Bằng cách quan sát rộng ra, ta xác định những đối tượng toán học khác và chúng trở thành các đề tài nghiên cứu. Tôi không bao giờ thành công trong việc dự đoán trước năm năm sau tôi sẽ như thế nào.

**“Chắc chắn không phải bằng việc tập trung trực tiếp vào các vấn đề to lớn mà người ta khám phá.”**

Tôi nghĩ rằng - ít ra là tôi hy vọng rằng - giải thưởng Fields sẽ không thay đổi gì cách làm việc của tôi. Tôi tiếp tục cố gắng hiểu rõ hơn những đối tượng mà tôi quan tâm đồng thời với việc xác định những vấn đề quan trọng mới, nếu điều đó hữu ích. Tôi thường xuyên trao đổi với các đồng nghiệp, những người làm tôi khám phá ra nhiều điều thú vị.

*C.S.: Thật vậy, các nhà toán học không hào hứng lắm với việc nói trước những gì họ sẽ chứng minh vì họ không biết. Thông thường, người ta làm việc về một chủ đề, rồi một chủ đề khác xuất hiện... và người ta nhận ra rằng chính cái người ta đang làm lại giúp để giải quyết nó. Chỉ là năm ngoái người ta còn chưa biết nó bởi vì người ta chưa đối mặt với vấn đề đó. Đó là một câu trả lời rất thông thường của các nhà toán học. Và điều đó không phải lúc nào cũng dễ dàng với chúng tôi khi phải viết các dự án, thiết lập trước những gì chúng ta sẽ làm. Một câu hỏi cuối cùng mà tôi cho rằng quan trọng, nó liên quan đến việc đổi mới toán học. Thông điệp nào cho các học sinh và sinh viên? Làm thế nào ta có thể khuyến khích họ hướng đến ngành học rất phát triển này?*

**C.V.** Artur và tôi có vẻ sống được... Tôi chưa bao giờ hối tiếc là đã lao vào sự nghiệp này và điều này dường như cũng không phải là trường hợp của Artur. Một cách tổng quát, nghiên cứu là một lĩnh vực thoải mái tri thức, là nơi ta không ngừng đối mặt với các bất ngờ. Và điều đó mang đến rất nhiều điều khác. Nếu trở thành người nghiên cứu là một đích đến tự thân, thì nó có thể cũng là một bước đệm để đến với các ngành nghề khác, ngày nay chúng ta hiểu rõ điều đó, và

thậm chí điều đó còn là một thách thức thúc đẩy sự đổi mới. Ta biết rằng một luận án tiến sĩ làm phát triển các phẩm chất hữu ích trong tất cả các ngành nghề, đặc biệt là các doanh nghiệp. Điều đó cũng hữu ích đối với xã hội. Cách đây ít lâu một công bố của văn phòng Deloitte đã gây ngạc nhiên cho rất nhiều người : nó ước tính rằng có khoảng 16% GDP của Anh phụ thuộc trực tiếp vào nghiên cứu toán học. Nghiên cứu này đã được lặp lại ở Pháp : nó cũng đạt đến một con số gần như tương đương. Ngày nay, tổng thể các ngành toán học đã có một tác động quan trọng và ngày càng tăng lên. Điều đó là động lực để theo đuổi nghề nghiệp này. Điều đó có nghĩa là, với nhiều người, để khuyến khích họ, chỉ cần nói với họ rằng: “nếu bạn yêu thích toán học, hãy tiếp tục, hãy đào sâu, thực sự có nhiều điều rất đẹp để làm.”

**A.Á.** Cá nhân mà nói, tôi không hào hứng lắm với các ứng dụng... Tôi sẽ nói rằng điều quan trọng là thúc đẩy ý tưởng về sự sáng tạo. Ta có thể trình bày toán học bằng nhiều cách. Ngành học này có vẻ như không sức sống, khá cứng nhắc, với những quy tắc chỉ thuần là quy tắc. Nhưng chính nó lại cho phép sáng tạo. Cái phần cơ học, tất cả đều đã biết làm, không cần phải là một nhà toán học giỏi để đạt được. Điều làm nên sự khác biệt giữa một nghiên cứu có ý nghĩa và một nghiên cứu không ý nghĩa, đó là sự sáng tạo. Trong toán học, không có hạn chế của thực tế, vì thế đây là một khoa học gần với nghệ thuật hơn nhiều so với gần các khoa học khó khác như vật lý.

**C.V.** Tôi tin rằng Artur có lý: trong những năm gần đây, có hai chủ đề tôi thường được yêu cầu can thiệp là sự đổi mới và sự sáng tạo. Đối với nhiều người, phỏng vấn một nhà toán học là cách để làm gợi nên những ý tưởng sáng tạo. Và để kết thúc

nhất định tôi phải trích dẫn Poincaré: “Nhờ có logic mà chúng ta chứng minh, nhưng chính nhờ có trực giác mà chúng

ta khám phá; không có nó, nhà hình học sẽ giống như một nhà văn quá chú trọng vào ngữ pháp mà không có ý tưởng.”

Người dịch: **Phan Thị Hà Dương** (Viện Toán học)

## Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên HTHVN về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.

**Kỳ thi Olympic Toán học Sinh viên - Học sinh lần thứ 25** đã được tổ chức tại trường đại học Phú Yên, tỉnh Phú Yên, từ ngày 10-15/4/2017. Năm nay có 345 sinh viên đăng ký thi môn Đại số, 344 sinh viên đăng ký thi môn Giải tích và 65 học sinh đăng ký thi bảng Phổ thông.

Tổng kết, Ban tổ chức đã trao 35 giải Nhất, 58 giải Nhì, 87 giải Ba môn Đại số và 32 giải Nhất, 58 giải Nhì, 69 giải Ba môn Giải tích. Khối phổ thông chuyên có 5 giải Vàng, 9 giải Bạc, 12 giải Đồng. Giải xuất sắc được trao cho 11 sinh viên đạt giải nhất hai môn Đại số và Giải tích. Giải Nhất toàn đoàn được trao cho Trường đại học Bách khoa Hà Nội. Bên cạnh đó Ban tổ chức đã trao phần thưởng của Quỹ Lê Văn Thiêm cho 14 học sinh trung học phổ thông chuyên có thành tích tốt nhất.

Nhân dịp này, các hoạt động kỷ niệm 25 năm tổ chức Olympic Toán học Sinh viên đã được tổ chức. Nhiều cá nhân đã nhận được bằng khen của Hội Toán học Việt Nam và Liên hiệp Các hội Khoa học và Kỹ thuật Việt Nam vì những đóng góp cho phong trào Olympic Toán học trong suốt thời gian qua.

**Kỳ thi Tìm kiếm Tài năng Toán học trẻ lần thứ 2 (MYTS-2017)** được tổ chức

gồm hai vòng cho học sinh từ lớp 4 tới lớp 10 các trường phổ thông trên phạm vi cả nước. Vòng 1 (26/3/2017) tại năm tỉnh thành với sự tham gia của 4.709 thí sinh từ hơn 500 trường Tiểu học, THCS và THPT từ 53 tỉnh, thành phố trên phạm vi cả nước. Vòng 2 và lễ tổng kết (9/4/2017) được tổ chức ở Hà Nội và Tp. Hồ Chí Minh. Ban tổ chức đã trao 89 Huy chương vàng, 181 Huy chương bạc và 361 Huy chương đồng cho những thí sinh đạt kết quả xuất sắc nhất.

Hội Toán học Việt Nam đã lựa chọn 139 thí sinh có kết quả thi tốt để tham dự kỳ thi Olympic Toán Quốc gia Singapore (SMO) năm 2017.

**Trong kỳ tuyển sinh vào Trường Sư phạm Paris (Ecole Normale Supérieure, ENS) năm 2017** dành cho sinh viên Việt Nam theo thoả thuận Hợp tác giữa ENS và Việt Nam, đã có ba sinh viên trúng tuyển gồm một sinh viên của ĐH Bách khoa Hà Nội và hai sinh viên Trường ĐH Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội. Trong đó, hai sinh viên được nhận học bổng 3 năm của ENS để học tại khoa Toán và khoa Khoa học Máy tính, một sinh viên được nhận học bổng Master của ENS.

*Thông báo tuyển dụng*

**Khoa Toán-Cơ-Tin học, Trường ĐH Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội**, có nhu cầu tuyển dụng các vị trí giảng viên, trợ giảng theo diện hợp đồng với trường ĐHKHTN. Ứng viên thuộc tất cả các chuyên ngành trong lĩnh vực Toán lý thuyết, Toán ứng dụng, Thống kê, Tin học đều sẽ được xét tuyển, đặc biệt ưu tiên các ứng viên thuộc các chuyên ngành Toán ứng dụng, Xác suất, Thống kê, Toán Tài chính, Khoa học dữ liệu, Trí tuệ nhân tạo và An toàn thông tin. Thông tin thêm có thể xem trên trang web của khoa.

*Tin buồn*

**GS. TS. NGUYỄN ĐÀO VĂN DŨNG**, cán bộ Khoa Toán - Cơ - Tin học, Trường đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội, đã từ trần ngày 31/05/2017 (tức ngày 6 tháng 5 năm Đinh Dậu), hưởng thọ 63 tuổi. Giáo sư Đào Văn Dũng sinh năm 1955, quê quán Nam Trực, Nam Định. Ông là giảng viên cao cấp Bộ môn Cơ học, nguyên Bí thư chi bộ - Phó chủ nhiệm Khoa Toán-Cơ-Tin học, nguyên trưởng phòng Sau đại học - Trường đại học Khoa học Tự nhiên.

## Tin toán học thế giới

**Danh sách các nhà toán học được mời đọc báo cáo tại Đại hội Toán học Quốc tế (ICM) 2018** đã được công bố trên trang web của đại hội. Có 21 nhà toán học được mời đọc báo cáo toàn thể và có 21 tiểu ban các chuyên ngành. Có hai nhà toán học người Việt được mời đọc báo cáo là GS. Phạm Hữu Tiệp (ĐH Arizona, Mỹ - Tiểu ban Đại số) và GS. Đinh Tiên Cường (ĐH Quốc gia Singapore - Tiểu ban Giải tích và Lý thuyết Toán tử).

ICM 2018 sẽ được tổ chức từ 1-9/8/2018 tại Rio de Janeiro, Brasil. Đọc báo cáo mời tại ICM được nhiều nhà toán học coi là một trong những vinh dự lớn nhất của người làm toán.

**Giải thưởng Shaw mục Toán học năm 2017** được trao cho hai nhà hình học đại số là János Kollár (Đại học Princeton, Mỹ) và Claire Voisin (Collège de France, Pháp) do những đóng góp quan trọng

trong những hướng trung tâm của hình học đại số, làm thay đổi lĩnh vực này cũng như giúp trả lời những câu hỏi mở tồn tại trong thời gian dài.

János Kollár, viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học Quốc gia Mỹ, gần đây nghiên cứu moduli của các đa tạp chiều cao và đạt được những kết quả sâu sắc có thể ảnh hưởng đến những nghiên cứu trong những thập kỷ tiếp theo.

Claire Voisin là nhà nữ toán học đầu tiên giữ ghế giáo sư tại Collège de France. Bằng cách chỉ ra sự tồn tại của các đa tạp Kähler compact mà không là biến dạng của các đa tạp xạ ảnh, bà đã giải quyết được bài toán Kodaira. Ngoài ra bà cũng giải quyết được Giả thuyết Green và đưa ra một phản ví dụ cho một mở rộng của Giả thuyết Hodge<sup>(1)</sup>.

**Nhà toán học Ấn Độ Komaravolu S. Chandrasekharan (1920 - 2017)** đã mất

<sup>(1)</sup>Về Claire Voisin, xem thêm Số 1, Tập 21 Thông tin Toán học (tháng 3/2017).



ngày 14/4/2017 ở Zürich, Thụy Sĩ. Chandrasekharan là nhà toán học hàng đầu với những đóng góp quan trọng trong giải tích và lý thuyết số giải tích. Ông là người đã phát triển Khoa Toán của Viện Nghiên cứu Cơ bản Tata, Ấn Độ (Tata Institute of Fundamental Research - TIFR) thành trung tâm toán học hàng đầu thế giới.

Chandrasekharan có thời gian dài đóng góp đặc biệt cho Liên đoàn Toán học Quốc tế IMU: Ủy viên Ban Chấp hành (1955-1978), Tổng thư ký (1961-1966), và Chủ tịch (1971-1974).

Komaravolu Chandrasekharan sinh ngày 20/11/1920 tại Machilipattanam, bang Andhra Pradesh, Ấn Độ. Ông được

đào tạo hoàn toàn tại Ấn Độ, bảo vệ Tiến sĩ tại Đại học Madras, Ấn Độ, năm 1943. Năm 1946 ông thành trợ lý của Hermann Weyl tại Viện Nghiên cứu cao cấp ở Princeton, Mỹ. Ông làm việc tại Viện Tata từ năm 1949, và từ năm 1965 làm giáo sư tại Viện Công nghệ Liên bang Thụy Sĩ (ETH Zürich).

**George D. Mostow (1923-2017)** đã mất ngày 4/4/2017. Ông nguyên là chủ tịch Hội Toán học Mỹ (1987-1988) và giáo sư tại Đại học Yale. George D. Mostow được biết đến với những công trình về Lý thuyết Lie, trong đó có Định lý Cứng mạnh (Strong rigidity theorem). Ông được trao giải thưởng Wolf năm 2013.

## Thông tin hội nghị

### **International Conference On Commutative Algebra and its interaction to Combinatorics, Discrete Geometry and Singularity Theory**

Aim: To disseminate recent developments in Commutative Algebra and to discuss its interaction to Combinatorics, Discrete Geometry and Singularity Theory.

Time & Place: September 11-15, 2017 in Hanoi and Ha Long

Website: [http://math.ac.vn/conference/CA17\\_Conference](http://math.ac.vn/conference/CA17_Conference)

Registration deadline: August 15, 2017.

### **The 7th International Conference on High Performance Scientific Computing - Modeling, Simulation and Optimization of Complex Processes**

Time & Place: March 19-23, 2018, Hanoi  
Topics: mathematical modeling; numerical simulation; methods for optimization

and control; parallel computing: architectures, algorithms, tools, and environments; software development; applications of scientific computing in physics, mechanics, hydrology, chemistry, biology, medicine, transport, logistics, site location, communication, scheduling, industry, business, finance, etc.

Deadline for registration and abstract submission: September 29, 2017.

Contact: [hpsc2018@math.ac.vn](mailto:hpsc2018@math.ac.vn)

Website: <http://hpsc.iwr.uni-heidelberg.de/HPSCHanoi2018>

### **CIMPA-IMH-VAST research school on "Recent developments in stochastic dynamics and stochastic analysis"**

Time & Place: Hanoi, March 5-18, 2018

Website: <http://math.ac.vn/conference/CIMPA2018>

Registration: [cimpa2018@math.ac.vn](mailto:cimpa2018@math.ac.vn).

Deadline: November 30, 2017.

## Dành cho các bạn trẻ

LTS: "Dành cho các bạn trẻ" là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.

### ĐỒ THỊ CỦA ĐA THỨC

Phùng Hồ Hải (Viện Toán học)

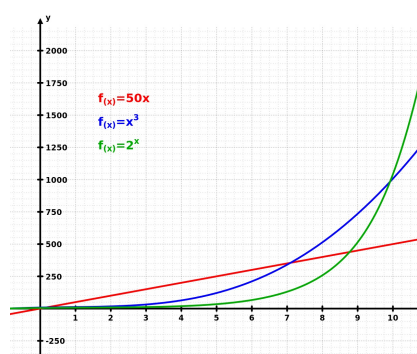
Trong kỳ thi Olympic toàn Liên bang Nga năm học 2014-2015 có bài toán sau.

**Bài toán 1.** Một tập hữu hạn điểm trên mặt phẳng tọa độ được gọi là thích hợp nếu chúng có hoành độ khác nhau và mỗi điểm được tô một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Ta nói đồ thị của một đa thức phân tách tập điểm đó nếu ở phần mặt phẳng phía trên của đồ thị chỉ có các điểm cùng một màu và ở phần mặt phẳng phía dưới của đồ thị chỉ có các điểm màu còn lại (ngay trên bản thân đồ thị có thể có các điểm của cả hai màu). Với mỗi số tự nhiên  $n > 1$  hãy tìm số  $k$  nhỏ nhất với tính chất: với mọi bộ  $n$  điểm thích hợp, luôn tồn tại đa thức bậc không quá  $k$  mà đồ thị của nó phân tách tập điểm này.

Mục đích của bài viết này là phân tích một số tính chất của đồ thị đa thức được phản ánh trong bài toán này và một vài bài toán khác. Các bạn học sinh giỏi trước khi đọc tiếp, hãy dành thời gian để tìm cách giải bài toán trên. Bất kể bạn giải được hay không giải được nó thì việc suy nghĩ về nó sẽ làm cho việc tiếp tục đọc bài viết này có ích hơn cho các bạn.

Hàm số là một công cụ quan trọng của toán học nhằm mô tả sự phụ thuộc giữa các đại lượng trong thực tế. Ví dụ điển hình nhất là mô tả sự phụ thuộc vào thời

gian của một yếu tố nào đó, ví dụ vận tốc, quãng đường, nhiệt độ, độ ẩm,... Đa thức là một lớp hàm số đặc biệt, mà việc mô tả sự phụ thuộc của đại lượng  $y$  vào đại lượng  $x$  chỉ sử dụng các phép tính cộng trừ và nhân. Tính hữu hạn là một chất đặc trưng của đa thức để phân biệt với hàm số bất kỳ. Tính hữu hạn của đa thức được phản ánh, chẳng hạn qua việc một đa thức bậc  $n$  được xác định duy nhất bởi không quá  $n + 1$  "đơn vị thông tin", ví dụ đa thức được xác định bởi  $n + 1$  hệ số của nó, hoặc giá trị của nó tại  $n + 1$  điểm khác nhau, hoặc hệ số cao nhất và  $n$  nghiệm của nó (tính cả bội). Nói rộng ra, tính hữu hạn là đặc trưng quan trọng nhất để phân biệt đại số và giải tích.

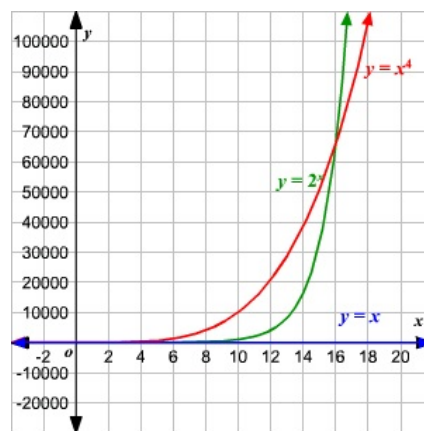
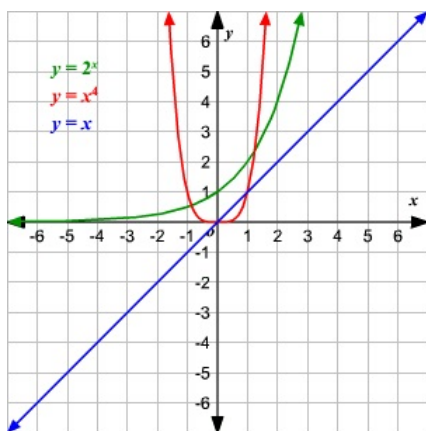


Tốc độ tăng của một số hàm số

Đồ thị của hàm số là một phương thức trực quan quan trọng để nghiên cứu về

chúng. Đối với đồ thị của đa thức, có hai

cách nhìn chúng: nhìn “hữu hạn” và nhìn “vô hạn”.



Đồ thị theo các tỷ lệ xích khác nhau. Ở hình bên trái ta thấy đồ thị của 3 hàm số. Ở hình bên phải, khi nhìn rộng hơn, đồ thị của  $y = x$  gần như trùng hoàn toàn với trục hoành. Đồ thị của  $2^x$  sau một thời gian ở dưới đồ thị của  $x^4$  đã vượt lên khi vượt qua giá trị 16.

Cách nhìn vô hạn đối với đồ thị của một đa thức được hiểu là “đáng điệu tiệm cận” của đồ thị đa thức. Nếu coi đa thức

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$$

như một hàm số theo  $x$ , thì khi  $x$  đủ lớn, tỷ số

$$\frac{P(x)}{a_0x^n}$$

sẽ tiến dần tới 1. Điều này có nghĩa, nếu nhìn đồ thị của hàm số  $y = P(x)$  từ rất xa ta sẽ thấy nó giống đồ thị của hàm số  $y = a_0x^n$ . (Hãy tưởng tượng sự khác nhau của việc ta nhìn trái đất khi đứng trên mặt đất và khi đứng trên Mặt Trăng). Bài toán dưới đây là một ví dụ điển hình của việc vận dụng “tốc độ tăng” của một hàm đa thức (trong bài này ta cần khảo sát tất cả các hệ số chứ không chỉ hệ số cao nhất - chúng đều phản ánh vào tốc độ tăng của đa thức).

**Bài toán 2.** Cho  $P$  và  $Q$  là hai đa thức hệ số thực thỏa mãn tính chất, với mọi giá trị  $x \in \mathbb{R}$ ,  $P(x) \in \mathbb{Z}$  khi và chỉ khi  $Q(x) \in \mathbb{Z}$ . Chứng minh rằng  $P + Q$  hoặc  $P - Q$  là hằng số.

Ta hãy thử tìm hiểu tính chất hình học của của tập hợp các số  $x$  sao cho  $P(x)$  là một số nguyên. Đây là nguyên tắc cơ bản trong phương pháp tiếp cận hình học. Tập hợp vừa nhắc đến rõ ràng là hợp rời rạc của các tập hợp

$$A_P(c) := \{x | P(x) = c\},$$

với  $c$  chạy trong tập  $\mathbb{Z}$  các số nguyên.

Về mặt hình học thì tập  $A_P(c)$  chính là tập hoành độ các giao điểm của đồ thị  $y = P(x)$  với đường thẳng  $y = c$ . Giả sử  $P(x)$  có bậc  $n \geq 1$ , thì với mỗi  $c$  cụ thể, đồ thị  $y = P(x)$  cắt đường  $y = c$  tại không quá  $n$  điểm. Hơn thế nữa, khi giá trị tuyệt đối của  $c$  đủ lớn, đồ thị sẽ chỉ cắt đường  $y = c$  tại không quá 2 điểm (tùy theo tính chẵn lẻ của  $n$ ).

Để đơn giản ta sẽ giả thiết  $P(x)$  có hệ số cao nhất  $> 0$  và  $c \rightarrow +\infty$ , cũng như chỉ xét các giao điểm của  $y = P(x)$  và  $y = c$  mà có hoành độ dương. Như vậy với mỗi  $c$  đủ lớn, sẽ có duy nhất một giao điểm, với hoành độ dương, nghĩa là nghiệm dương

duy nhất của phương trình

$$P(x) = c, \quad c \gg 0.$$

Ta hãy hình dung trên mặt phẳng kẻ các đường song song  $y = c$  với  $c = N, N + 1, \dots, N \gg 0$ , ta thu được một lưới các đường thẳng song song cách đều. Tại các giao điểm của các đường này với đồ thị  $y = P(x)$  ta kẻ các đường vuông góc với chúng, nghĩa là các đường song song với trục tung  $Oy$ . Từ tính "đốc" của đồ thị  $y = P(x)$  ta thấy rằng lưới mới của các đường thẳng song song với trục tung cũng tiến ra vô cùng. Các đường thẳng liên tiếp trong lưới mới này cách đều nếu  $P(x)$  có bậc nhất và ngày một gần nhau nếu  $P(x)$  có bậc  $> 1$ .

Điểm mấu chốt của vấn đề là tốc độ thu hẹp khoảng cách của lưới các đường thẳng song song với trục tung. Mô tả một cách cụ thể đại số thì đó là gia số của dãy

$$x_k : P(x_k) = k, \quad k = N, N + 1, \dots,$$

với  $N \gg 0$  nào đó. Ta có: nếu bậc của  $P$  lớn hơn 1, hiệu  $x_{k+1} - x_k$  giảm dần tới 0 khi  $k$  tiến ra vô cùng. Hơn thế nữa, tốc độ giảm của dãy này xác định hoàn toàn đa thức đã cho, với sai khác một hằng số. Nói cách khác, với hai đa thức đã cho, đa thức nào tiến ra vô cùng nhanh hơn sẽ có dãy các điểm  $x_k$  tương ứng có gia số giảm nhanh hơn. Đó chính là kết luận của bài toán.  $\square$

**Bài toán 3.** Giả sử dãy  $(a_n)$  các số nguyên thỏa mãn  $(a_m - a_n) : (m - n)$  với mọi  $m > n > 0$  và tồn tại đa thức  $P(x)$  sao cho  $|a_n| < P(n)$  với mọi  $n \in \mathbb{N}$ . Chứng minh rằng tồn tại đa thức  $Q(x)$  sao cho  $a_n = Q(n)$

Bài toán này là mẫu mực cho việc phối hợp nhiều kiến thức khác nhau (số học, đại số, giải tích) trong một lời giải. Ở đây tôi chỉ nhấn mạnh vào phần giải tích-hình học.

Suy luận căn bản của lời giải như sau: nếu đa thức  $Q(x)$  trong đầu bài tồn tại thì bậc của nó không thể vượt quá bậc của  $P(x)$ . Theo nguyên lý nội suy Lagrange, ta chỉ cần  $N + 1$  số hạng đầu tiên của dãy  $(a_n)$  ( $N = \deg P(x)$ ) là đủ để xác định  $Q(x)$ .

Vậy ta hãy xét đa thức  $Q(x)$  bậc không quá  $N$  sao cho  $Q(n) = a_n$  với mọi  $n = 1, 2, \dots, N + 1$ . Đây sẽ là đa thức phải tìm. Nghĩa là ta cần chứng minh  $Q(n) = a_n$  với mọi  $n$ . Nhân toàn bộ dãy  $(a_n)$  với một số nguyên nào đó nếu cần, ta có thể giả thiết  $Q(x)$  có các hệ số đều nguyên.

Thay vì chứng minh (bằng quy nạp chẳng hạn) khẳng định trên với  $n = N + 2, \dots$ , ta sẽ chứng minh nó trước tiên với  $n$  rất lớn. Sử dụng giả thiết và cách xây dựng  $Q(x)$  ta có với mọi  $n \gg 0$  và  $m = 1, 2, \dots, N + 1$ ,

$$Q(n) - a_n = Q(n) - Q(m) - (a_n - a_m) \\ \vdots (n - m).$$

Từ đó suy ra

$$Q(n) - a_n \vdots \text{LCM}(n-1, n-2, \dots, n-(N+1)), \\ (*)$$

với mọi  $n \gg 0$ .

Ta sẽ cần bài toán phụ về số học: Chứng minh rằng khi  $n$  tiến ra vô cùng thì  $\text{LCM}(n-1, n-2, \dots, n-(N+1))$  có độ lớn tương đương với  $n^{N+1}$ , nghĩa là

$$\text{LCM}(n-1, n-2, \dots, n-(N+1)) > Cn^{N+1},$$

với mọi  $n$  đủ lớn và một hệ số  $C > 0$  nào đó.

Về trái của (\*) có tốc độ tăng không quá  $n^N$  trong khi về phải có tốc độ tăng  $n^{N+1}$ , khi  $n \rightarrow \infty$ . Từ đó ta kết luận  $Q(n) = a_n$  khi  $n$  đủ lớn, ví dụ với mọi  $n \geq M$  với số tự nhiên  $M$  cố định nào đó.

Để chứng minh  $Q(m) = a_m$  với mọi  $m = 1, 2, \dots, M - 1$  ta lý luận tương tự:

$$Q(m) - a_m = Q(m) - Q(n) - (a_m - a_n) \\ \vdots (n - m), \forall n > M + N.$$

Ta có ngay  $Q(m) - a_m = 0$  vì nó chia hết cho quá nhiều số tự nhiên. Trong lời giải Bài toán 3 chúng ta không chỉ xét phần “vô hạn” của đồ thị đa thức mà kết hợp cả với việc xét phần “hữu hạn”.  $\square$

Phần “hữu hạn” của đồ thị đa thức được hiểu là phần đồ thị của đa thức khi biến số chạy trên một khoảng hữu hạn nào đó. Khác với thực tế hay trong các khoa học khác, trong toán học thuần túy, khi một số đã được cố định lại thì nó trở nên rất “nhỏ bé”. Tuy nhiên, tính hữu hạn của đa thức thể hiện ở chỗ, toàn bộ đồ thị của một đa thức được xác định hoàn toàn bởi một phần hữu hạn bất kỳ của nó.

Vấn đề là xác định được những yếu tố phù hợp trong từng bài toán cụ thể. Chẳng hạn phương pháp nội suy Lagrange cho phép xác định một đa thức từ giá trị của nó tại  $n + 1$  điểm, trong đó  $n$  là bậc của đa thức. Hệ quả là một đa thức bất kỳ được xác định duy nhất bởi giá trị của nó tại vô hạn điểm.

Trên ngôn ngữ của đồ thị ta nói, qua  $n + 1$  điểm trên mặt phẳng tọa độ, trong đó không có hai điểm có cùng hoành độ, ta luôn vẽ được đồ thị của duy nhất một đa thức bậc không quá  $n$  (nếu cho phép bậc cao hơn thì sẽ có vô hạn đa thức thỏa mãn). Ta cũng có thể thay đổi cách xác định như sau: qua  $n$  điểm trên mặt phẳng tọa độ (với hoành độ khác nhau) tồn tại duy nhất đa thức bậc  $n$  với hệ số cao nhất cho trước, có đồ thị đi qua  $n$  điểm đó (chứng minh!).

Như là một ứng dụng đặc biệt ta có: nếu đa thức có  $n$  nghiệm thì bậc của nó lớn hơn hoặc bằng  $n$ , hay nói cách khác,

nếu đồ thị của đa thức cắt trục hoành tại  $n$  điểm thì đa thức có bậc ít nhất là  $n$ . Ta có thể phát biểu điều này một cách trực quan hình học là: nếu đồ thị của đa thức càng phức tạp ở phần hữu hạn (cắt nhiều lần trục hoành) thì bậc của nó càng cao.

Tuy nhiên điều ngược lại, như ta biết, là không đúng. Vì một đa thức bậc  $n > 0$  có thể có ít hơn  $n$  nghiệm thực, nên đồ thị của nó có thể cắt trục hoành tại ít hơn  $n$  điểm. Kể cả khi ta thay trục hoành bằng một đường thẳng bất kỳ thì cũng không thể đảm bảo số giao điểm của nó với đồ thị bằng  $n$ .

Một cách để giải quyết khó khăn trên là xét các nghiệm phức. Từ quan điểm đại số, việc chuyển từ tập số thực ra tập số phức có vẻ khá đơn giản. Nhưng từ quan điểm hình học thì vấn đề tỏ ra khó khăn hơn. Khi mở rộng tập số thực ra tập số phức đối với đồ thị ta phải thay hệ tọa độ thực bởi hệ tọa độ phức. Tập các số thực được mô tả một cách hình học như một đường thẳng, trong khi đó tập các số phức được mô tả như một mặt phẳng – mặt phẳng phức. Các bạn sinh viên đại học có thể hình dung đồ thị của một đa thức hệ số phức như một mặt trong không gian bốn chiều thực - hai chiều phức. Điều khó hình dung hơn là giao điểm của mặt đồ thị này với mọi mặt phẳng phức (nghĩa đồ thị của đa thức bậc nhất) đều là một tập hữu hạn các điểm (chứ không phải các đường như ta vẫn hình dung) và nếu tính cả bội thì số điểm đúng bằng bậc của đa thức.

Như vậy, về bản chất, số giao điểm của đồ thị một đa thức với các đường thẳng luôn bằng bậc của đa thức đó. Tuy nhiên, ở trong hệ tọa độ thực - phần thực của bức tranh mà chúng ta có thể nhìn thấy, số giao điểm có thể ít hơn. Chẳng hạn số giao điểm của đồ thị  $y = x^4$  với một đường thẳng bất kỳ không vượt quá 2,

tương tự như số giao điểm của một đường thẳng với parabol  $y = x^2$ . Vậy có cách nào để phân biệt hai đồ thị trên thông qua việc đếm giao điểm.

Một cách trả lời là xét giao điểm của các đồ thị trên với các đồ thị của đa thức bậc cao, chẳng hạn, với đồ thị của một đa thức bậc 3. Ta có thể chọn được (rất nhiều) đa thức  $P(x)$  bậc 3, sao cho đồ thị của nó cắt đồ thị của  $y = x^4$  tại 4 điểm, nhưng rõ ràng đồ thị của mọi đa thức bậc 3 cắt đồ thị của  $y = x^2$  tại không quá 3 điểm. Ở đây ta lại quay trở lại với vấn đề “dáng điệu” của đồ thị tại vô hạn: ở phần hữu hạn, đồ thị  $y = P(x)$  cắt hai đồ thị  $y = x^2$  và  $y = x^4$  tại 3 điểm, nhưng vì đồ thị  $y = x^4$  rất dốc (khi  $x$  tiến ra vô cùng) nên nó cắt đồ thị  $y = P(x)$  tại điểm thứ tư. Như vậy ta có thể dùng giao điểm của một đồ thị đa thức với các đồ thị đa thức bậc cao (thay vì đồ thị đa thức bậc nhất – đường thẳng) để nghiên cứu các tính chất của đồ thị này.

Ý tưởng trên có thể dùng để giải Bài toán 1. Sau khi khảo sát một số trường hợp đặc biệt đối với các bộ có 3, 4 điểm ta có thể dự đoán,  $k = n - 2$ . Dễ thấy, với  $k = n - 2$  ta luôn chỉ được ví dụ của đa thức bậc  $n - 2$  có đồ thị phân tách một bộ  $n$  điểm thích hợp, bằng cách dựng đồ thị đi qua bất kỳ trong số  $n - 1$  điểm đã cho.

Để chứng minh rằng  $k > n - 3$  ta cần chỉ ra ví dụ một bộ điểm không phân tách được bởi đồ thị của đa thức bậc  $\leq n - 3$ . Kinh nghiệm cho thấy ta sẽ tô màu xen kẽ các điểm để đảm bảo đồ thị phải uốn lượn nhiều lần – đồ thị càng uốn lượn thì càng phải có bậc cao. Tuy nhiên các điểm phải không đặc biệt (chẳng hạn không thẳng hàng, vì trong trường hợp đó ta dùng ngay đồ thị bậc nhất).

Đối lập với các bộ điểm “đặc biệt” là các bộ điểm “tổng quát”. Không có định

nghĩa vạn năng cho một bộ điểm tổng quát, nó có thể thay đổi trong từng bài toán. Tuy nhiên về nguyên tắc các điểm này và từng phần của nó sẽ không được phép thỏa mãn những hệ thức đặc biệt. Chẳng hạn, trong nhiều bài toán, một bộ điểm mà không có 3 điểm nào thẳng hàng được gọi là tổng quát. Tuy nhiên, đối với bài toán của chúng ta, một bộ điểm như vậy có thể không đáp ứng yêu cầu, chẳng hạn khi chúng cùng nằm trên một parabol.

Đối với bài toán của chúng ta, một cách trực quan nhất ta sẽ có thể muốn chọn chúng tăng dần theo tung độ và không nằm trên một đa thức bậc quá không quá bé. Chẳng hạn, ta có thể chọn các điểm  $A_i(i, i^n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , tô màu xen kẽ, và chứng minh rằng mọi đa thức có đồ thị phân tách chúng phải có bậc  $\geq n - 2$ .

Một phương pháp khác có thể cho phép chứng minh rằng một bộ bất kỳ  $n$  điểm nằm trên một đồ thị của đa thức bậc  $n - 2$ , được tô màu xen kẽ theo chiều tăng của hoành độ, không phân tách được bởi đồ thị của đa thức bậc  $\leq n - 3$ . Trong phương pháp này ta sẽ tìm cách xây dựng được đủ nhiều nghiệm của đa thức có đồ thị phân tách các điểm đang xét, để từ đó đánh giá bậc của nó. Cùng với định lý Bolzano (nếu hàm liên tục nhận giá trị trái dấu trên hai đầu của đoạn  $[a, b]$  thì nó có nghiệm trên đoạn này) ta có thể sử dụng bổ đề thứ vị sau:

**Bổ đề.** Giả sử đa thức  $P(x)$  khác hằng số thỏa mãn  $P(a) \leq 0$  và  $P(b) \geq 0$ ,  $a < b$ , thì tồn tại  $c \in (a, b)$  sao cho  $P'(c) > 0$ .

Điều lý thú của Bổ đề là từ các bất đẳng thức không chặt ta suy ra được một bất đẳng thức chặt. Lời giải chi tiết của Bài toán 1 dành cho bạn đọc tự thực hiện.

## Kính mời quý vị và các bạn đồng nghiệp đăng kí tham gia Hội Toán học Việt Nam

Hội Toán học Việt Nam được thành lập vào năm 1966. Mục đích của Hội là góp phần đẩy mạnh công tác giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học. Tất cả những ai có tham gia giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học đều có thể gia nhập Hội. Là hội viên, quý vị sẽ được tham gia cũng như được thông báo đầy đủ về các hoạt động của Hội, được đăng ký nhận miễn phí bản tin Thông tin Toán học, được mua một số ấn phẩm toán với giá ưu đãi. Để gia nhập Hội lần đầu tiên hoặc để đăng kí lại hội viên, quý vị cần điền và cắt gửi phiếu đăng ký dưới đây tới BCH Hội theo địa chỉ:

**Chị Cao Ngọc Anh, Viện Toán Học, 18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội**

Việc đóng hội phí có thể thực hiện theo tập thể hoặc từng cá nhân bằng một trong các hình thức sau:

1. Đóng trực tiếp hoặc gửi tiền qua bưu điện đến chị Cao Ngọc Anh theo địa chỉ trên.
2. Chuyển khoản tới tài khoản của Hội:  
Tên tài khoản: Hội Toán học Việt Nam.  
Số tài khoản: 0491000028899.  
Ngân hàng TMCP Ngoại thương Việt Nam - Chi nhánh Thăng Long.  
(Đề nghị thông báo cho chị Cao Ngọc Anh danh sách những hội viên đóng hội phí).

Thông tin về hội viên Hội Toán học Việt Nam cũng như tình hình đóng hội phí được cập nhật thường xuyên trên trang web của Hội.

**BCH Hội Toán học Việt Nam**

✂ .....

<b>Hội Toán Học Việt Nam</b> <b>Phiếu đăng kí hội viên</b>	<b>Hội phí năm 2017</b>
1. Họ và tên: .....	Hội phí: 100 000 Đ <input type="checkbox"/>
2. Nam <input type="checkbox"/> Nữ <input type="checkbox"/>	Acta Math. Vietnamica (*): 120 000 Đ <input type="checkbox"/>
3. Ngày sinh: .....	Vietnam J. Mathematics (*): 112 000 Đ <input type="checkbox"/>
4. Nơi sinh ( <i>huyện, tỉnh</i> ): .....	Tổng cộng: .....
5. Học vị ( <i>năm, nơi bảo vệ</i> ): Cử nhân: .....	Hình thức đóng: <input type="checkbox"/> Đóng tập thể theo cơ quan <i>Tên cơ quan:</i> .....
Thạc sỹ: .....	.....
Tiến sỹ: .....	<input type="checkbox"/> Đóng trực tiếp
TSKH: .....	<input type="checkbox"/> Chuyển khoản
6. Học hàm ( <i>nơi được phong</i> ): PGS: .....	<input type="checkbox"/> Gửi bưu điện ( <i>Đề nghị gửi kèm bản chụp thư chuyển tiền</i> )
GS: .....	.....
7. Chuyên ngành: .....	
8. Nơi công tác: .....	
9. Chức vụ hiện nay: .....	
10. Địa chỉ liên hệ: .....	
.....	
Email: .....	
Điện thoại: .....	
Ngày:                      Kí tên:	

(\*) Việc mua các tạp chí Acta Mathematica Vietnamica và Vietnam Journal of Mathematics là tự nguyện. Trên đây là giá ưu đãi dành cho hội viên Hội Toán học (gồm 4 số, kể cả bưu phí).

## THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 21 SỐ 2 (2017)

<b>Toán học trong hệ thống giáo dục bậc cao ở Việt Nam</b> .....	1
Neal Koblitz <i>Nguyễn Trung Hiếu và Nguyễn Ngọc Phan dịch</i>	
<b>Giải thưởng Abel 2017: Yves Meyer giành giải “Nobel toán học” cho công trình về sóng nhỏ</b> .....	10
Alex Bellos <i>Lê Xuân Trường dịch</i>	
<b>Ávila - Villani: hai con người đáng kể</b> .....	14
Christoph Sorger <i>Phan Thị Hà Dương dịch</i>	
<b>Tin tức hội viên và hoạt động toán học</b> .....	21
<b>Tin toán học thế giới</b> .....	22
<b>Thông tin hội nghị</b> .....	23
<i>Dành cho các bạn trẻ</i>	
<b>Đồ thị của đa thức</b> .....	24
Phùng Hồ Hải	