

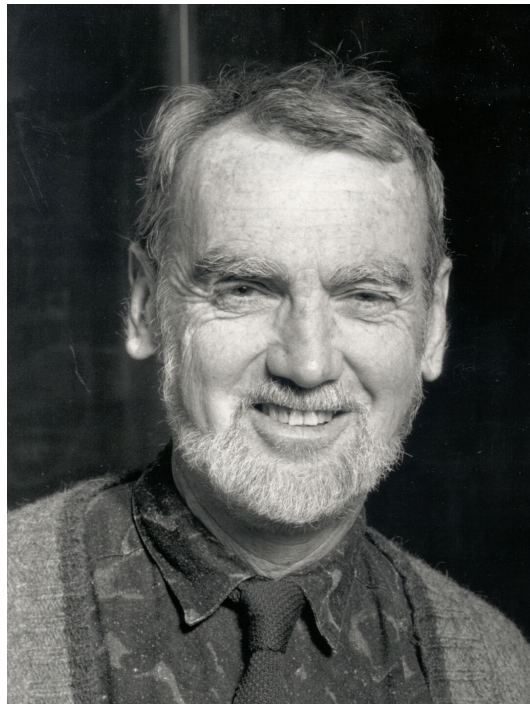
**Hội Toán Học Việt Nam**



# **THÔNG TIN TOÁN HỌC**

**Tháng 6 Năm 2018**

**Tập 22 Số 2**



# Thông Tin Toán Học

## (Lưu hành nội bộ)

- Tổng biên tập  
Ngô Việt Trung
- Phó tổng biên tập  
Nguyễn Thị Lê Hương
- Thư ký tòa soạn  
Đoàn Trung Cường
- Ban biên tập  
Trần Nguyên An  
Đào Phương Bắc  
Trần Nam Dũng  
Trịnh Thanh Đèo  
Đào Thị Thu Hà  
Đoàn Thế Hiếu  
Nguyễn An Khương  
Lê Công Trình  
Nguyễn Chu Gia Vượng
- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.
- Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode.

- Địa chỉ liên hệ

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học**  
Viện Toán Học  
18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội*

Email: [ttth@vms.org.vn](mailto:ttth@vms.org.vn)

Trang web:

<http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm>

Ảnh bìa 1. Robert Phelan Langlands (sinh 6/10/1936), Giải thưởng Abel 2018. *Nguồn: Internet*

© Hội Toán Học Việt Nam

Trang web của Hội Toán học:

<http://www.vms.org.vn>

# VAI TRÒ CỦA TOÁN HỌC NGÀY NAY<sup>(1)</sup>

Trong lúc chưa hoàn toàn được coi trọng bởi những người không chuyên, toán học hiện diện khắp nơi và rất thiết yếu trong xã hội công nghệ hiện đại của chúng ta. Chức năng của toán học định hướng nhiều thói quen mà chúng ta đang thụ hưởng: nói chuyện trên điện thoại di động, theo dõi bạn bè trên Facebook, tìm kiếm trên Google. Cho dù ngôn ngữ của toán học vẫn còn xa lạ với hầu hết đại chúng, chúng ta vẫn đang hưởng lợi nhờ tầm quan trọng của nó mỗi khi sử dụng ô tô, máy tính xách tay, các hệ thống an ninh, các mô hình giao thông, các máy quét y tế, và vô kể các đối tượng khác trong văn hóa sống hiện đại.

Vài lĩnh vực nghiên cứu toán học vẫn còn cực kì chuyên biệt hóa và là lãnh địa của chỉ ít các chuyên gia có khả năng theo sát được các thảo luận có tính thời sự. Mặt khác, việc tăng cường giao lưu liên kết cũng cuốn hút giới toán học, phá bỏ đi các rào cản nội tại và mở ra nhiều vấn đề rất vị và thuyết phục về phương diện toán học trong các thảo luận ở tầm chuyên sâu cũng như ở phạm vi cộng đồng.

Thiết kế của các bộ vi xử lý được thực hiện bởi các công cụ toán học, đặc biệt là toán rời rạc. Trong công nghiệp, ngành tối ưu hóa rời rạc đang cách mạng hóa cách thức sản xuất, sắp xếp, lưu kho và phân phối các sản phẩm. Lĩnh vực

lý thuyết hình mẫu (pattern theory) vẫn đang cách mạng hóa những tiến bộ trong xử lý ảnh, nhận dạng tiếng nói, xử lý tín hiệu và các mảng của ngành trí tuệ nhân tạo. Các khoa học về sự sống nói riêng cũng đang bùng nổ với những khả năng mới của toán học. Các kĩ thuật tối ưu hóa giúp tiên đoán các protein có xoắn hay không. Các công cụ giải tích khám phá ra giá trị của các tập dữ liệu phức tạp thu thập được trong di truyền học và tế bào học. Lý thuyết nút, cùng với lý thuyết xác suất và lý thuyết tổ hợp, đang giúp các nhà sinh học hiểu rõ cơ chế 3 chiều trong sắp xếp chuỗi các phân tử DNA. Mô phỏng máy tính đang thay thế các thí nghiệm đắt đỏ và nguy hiểm trong y tế, hàng không, ... Nói tóm lại, toán học đang cách mạng hóa hoạt động trong các ngành chăm sóc sức khỏe, năng lượng, nông nghiệp, kinh tế, chính sách công, khoa học về chính trị, các nghiên cứu về môi trường, giao thông công cộng, kho vận và nhiều ngành nghề khác.

Các đóng góp của toán học cho cuộc sống hiện đại mở rộng ra ngoài phạm vi những hợp tác với các ngành khoa học và kĩ thuật khác. Qua vài thập kỉ trở lại đây, một dân số được đào tạo tốt về toán học đang rõ ràng trở thành chìa khóa cho sự phát triển về kinh tế. Trước những năm 1950, chỉ ít người nghi ngờ tầm quan

<sup>(1)</sup>Dịch từ Chương 1, Sách Trắng năm 2014 chủ đề “Liên đoàn toán học tại các nước đang phát triển: quá khứ, hiện tại và tương lai” do Ủy ban Các nước đang phát triển thuộc Liên đoàn Toán học Quốc tế ấn hành năm 2014.

trọng tốt bậc của những nghiên cứu hàn lâm đến phát triển kinh tế, vốn được xem gần như là một sản phẩm của nguồn vốn và nguồn nhân lực. Tuy nhiên, như được đề xuất, ví dụ trong nghiên cứu tiên phong của Robert Solow – nhà kinh tế học tại viện công nghệ Massachusetts, thì 'tiền bộ kỹ nghệ' dựa trên tri thức mới có thể còn quan trọng hơn cả nguồn vốn và nguồn nhân lực để chèo lái tăng trưởng kinh tế<sup>(2)</sup>. Phát hiện mới này đã thu hút rất nhiều các nhà kinh tế học xem xét kỹ các đóng góp của tri thức cho tăng trưởng kinh tế. Vào lúc khám phá này được thực hiện, các hãng phát triển toàn cầu khi đó đang tiếp tục đặt trọng tâm vào giáo dục tiểu học và trung học, bỏ qua phần lớn giáo dục bậc cao như một phương tiện cải thiện tăng trưởng kinh tế và giảm nghèo. Từ năm 1995 đến năm 1999, tỉ lệ hỗ trợ phát triển cho giáo dục bậc cao đã giảm xuống chỉ còn 7%. Tuy vậy bước sang thế kỷ mới, điều này bắt đầu thay đổi. Trong năm 1999, Ngân hàng Thế giới đã công bố ấn phẩm 'Tri thức cho phát triển' (Knowledge for Development), một báo cáo rất thuyết phục về cách thức các nước đang phát triển có thể sử dụng tri thức để thu hẹp khoảng cách với các nền kinh tế giàu trên thế giới. Nó chỉ ra mối tương quan giữa đào tạo toán học và khoa học kỹ thuật với việc vận hành nền kinh tế được cải thiện.

Các nghiên cứu sau đó đã chứng tỏ rằng không chỉ giáo dục tiểu học và trung học mà cả giáo dục bậc cao cũng có thể nâng cao tăng trưởng GDP, và riêng tại các nước đang phát triển, còn gia tăng tốc độ bất kịp<sup>(3)</sup>. Một nghiên cứu trọng điểm vào kinh nghiệm của Đài Loan chỉ ra rằng giáo dục bậc cao đóng vai trò quan trọng trong phát triển kinh tế của nước này, bằng việc cho thấy với 1% tăng trưởng ở khối được đào tạo bậc cao (được định nghĩa là số người đã tốt nghiệp đào tạo bậc cao, bao gồm cao đẳng, đại học hoặc sau đại học) sẽ kéo theo 0.35% tăng trưởng về sản phẩm công nghiệp<sup>(4)</sup>. Nghiên cứu này kiểm tra hiệu quả của việc chú trọng đào tạo vào nhiều ngành học khác nhau và kết luận rằng học các ngành khoa học tự nhiên (bao gồm cả toán học) và các ngành kỹ thuật đem lại hiệu quả cao nhất. Các nghiên cứu khác xem xét kỹ hơn đầu ra của việc học các ngành STEM (khoa học, công nghệ, kỹ thuật, toán học) và cho thấy việc học STEM đặc biệt mang lại các kỹ năng nhận thức cao hơn, do vậy ảnh hưởng đến tốc độ tăng trưởng kinh tế. Một phân tích nghiên cứu lấy mẫu trên toán học và các ngành khoa học từ năm 1960 đến năm 2000 đã chỉ ra rằng trình độ các kỹ năng nhận thức của sinh viên ở một quốc gia có sức ảnh hưởng lớn đến tốc độ tăng trưởng kinh tế<sup>(5)</sup>. Cụ thể, các tác giả đã kết luận rằng một lực lượng lao động lành nghề

<sup>(2)</sup>Robert M. Solow, A contribution to the theory of economic growth, *Quarterly J. Econometrics* (MIT Press), 70 (1): p. 65 - 94, 1956.

<sup>(3)</sup>David Bloom, David Canning, and Kevin Chan, Higher Education and Development in Africa, Washington, DC: The World Bank, Human Development Sector, Africa Region, February 2006.

<sup>(4)</sup>T-C Lin, The Role of higher education in economic development: an empirical study of Taiwan case. *Journal of Asian Economics* 15 (2): 355– 371, 2004.

<sup>(5)</sup>Hanushek, Eric. A, Dean T. Jamison, Eliot A. Jamison, and Ludger Woessmann. Education and economic growth: It's not just going to school but learning something while there that matters, Palo Alto, CA: Hoover Institution Press, 2008. Các tác giả nhận xét: "Các phân tích của chúng tôi cho thấy là gia tăng giáo dục bậc cao có thể rất quan trọng trong việc thúc đẩy bất kịp công nghệ nhanh hơn và cải thiện năng lực tối đa hóa sản lượng kinh tế của một quốc gia."

bậc cao có thể nâng tốc độ tăng trưởng kinh tế lên 0.67% mỗi năm. Kinh nghiệm của Hàn Quốc, chủ nhà của Đại hội Toán học Quốc tế năm 2014, là một ví dụ.

Một công cụ hữu ích khác để cải thiện giáo dục là các kì thi Olympic Toán học. Ví dụ ở Brazil, hàng năm có khoảng 20 triệu sinh viên tham gia kì thi Olympic quốc gia về Toán học được Viện Toán học Lý thuyết và Ứng dụng IMPA tại Rio de Janeiro tổ chức. Các nhà lãnh đạo khoa học của nước này coi điều đó như một phương tiện để thúc đẩy nền giáo dục đại trà lên ngang tầm với các nước đã phát triển tại phía Bắc châu Mỹ.

Vấn đề quan trọng liên đới là một quốc gia liệu có nên đầu tư cho 'chỉ một vài nhà khoa học xuất chúng' trong phân bố về năng lực khoa học, hay nên đầu tư cho 'giáo dục đại trà'. Câu trả lời xem ra là cả hai nhân tố này đều quan trọng và có tầm ảnh hưởng riêng rẽ đến tăng trưởng kinh tế. Một số lượng đông đảo các nhà khoa học, các kĩ sư và các nhà sáng chế xuất sắc có thể làm việc tại các tuyến đầu là rất cần thiết, song mọi quốc gia cũng cần một lực lượng lao động có các kĩ năng cơ bản về Toán, vốn là đòi hỏi cần có ở các nền kinh tế định hướng công nghệ <sup>(6)</sup>.

Cuối cùng, trong lúc mỗi liên kết chặt chẽ giữa các kĩ năng nhận thức với tăng trưởng kinh tế vẫn khuyến khích duy trì các nỗ lực đổi mới, các nhà cải cách cũng nên lưu ý rằng chỉ riêng đầu ra kinh tế thôi là không đủ.

### **Chỉ ra các thách thức cho hiện tại và tương lai**

Việc củng cố văn hóa toán học của một xã hội có thể bắt đầu với một vài mục tiêu dứt khoát. Ví dụ, cộng đồng toán học có vẻ khá tách biệt do những khó khăn mang tính chủ quan, do vậy mà công chúng

hiểu rất hạn hẹp về những điều các nhà toán học đang làm. Ở nhiều nước, cộng đồng toán học có thể tạo được một vị thế tốt hơn về giá trị của toán học đối với công chúng và chính phủ. Việc truyền thông về trạng thái này là đặc biệt quan trọng, bởi rất ít nhà lãnh đạo chính trị được đào tạo bài bản về toán học và khoa học. Các nhà toán học, vốn chưa quen với việc giải thích hoặc tiếp thị lĩnh vực nghiên cứu của mình, nay có cơ hội nói lên giá trị của việc họ làm cho những người bên ngoài cộng đồng khoa học.

Một thách thức liên quan là nhận thức cho rằng, học toán chẳng hay ho gì hoặc đầy gian nan không cần thiết, một hành trình dài tới một 'thế giới lạ lẫm' chỉ tiếp cận được qua một số kiểu tư duy nhất định. Ở đây, trách nhiệm chính là ở các giảng viên, thông qua họ sinh viên được truyền thụ về sự trong sáng và cảm hứng ở mọi trình độ. Ở từng bước trong hành trình toán học, một giảng viên toán học sắc sảo có thể truyền cảm hứng và khơi gợi nhiệt tình của sinh viên, và mở cửa tới năng lực hiển bày của một nền giáo dục toán học tốt. Các hệ thống trường lớp, các quốc gia với mong mỏi khuyến khích quan tâm tới toán học có thể chăm lo hỗ trợ các chương trình tiên tiến đồng thời mọi cấp, từ giáo dục tiểu học cho đến việc nghiên cứu tại các trường đại học. Khi những người thầy giỏi giảng dạy có hiệu quả tại những bậc học này, sinh viên sẽ trải qua các nấc thang đào tạo với sự hứng khởi và thấy họ như là thế hệ kế cận cho những người thầy mà họ ngưỡng mộ. Chặng đường này gian nan có lẽ là ở các môi trường mà sự hỗ trợ cho giáo dục toán học còn khá hiếm hoi. Ví dụ như ở hầu hết các nước châu Phi, phát triển toán học chỉ giới hạn bởi một số ít các giáo viên trường trung học và các

<sup>(6)</sup>Hanushek et al, đã dẫn.

nhà toán học ở cấp bậc thạc sĩ và tiến sĩ. Những quốc gia với quá ít giáo sư để đào tạo ra thế hệ lãnh đạo kế cận đang phải đối mặt với thách thức về xây dựng năng lực đào tạo, về phát triển các phương thức và hệ thống hiện đại. Những giảng viên và cử nhân tốt nghiệp đang phải chịu sự cô lập về chuyên môn và địa lý nên được khuyến khích tạo dựng các quan hệ đối tác cũng như xây dựng nhóm làm việc nhằm chia sẻ ý tưởng với các đồng nghiệp và thực hiện được các nghiên cứu cần thiết giúp nâng cao chuyên môn.

Tại các nước kém phát triển, các sinh viên đến trường với mong muốn được đào tạo về toán và khoa học có thể gặp phải những thách thức rất nan giải, bắt đầu từ không gian học tập quá chật hẹp. Các lớp học vốn được thiết kế cho 30-40 sinh viên, nay có thể bị nhồi nhét với hàng trăm thanh thiếu niên ngồi chen nhau, hoặc phải ngồi trên bậu cửa sổ, hoặc phải đứng dọc theo tường lớp. Giáo viên sẽ phải làm việc vất vả để đưa chương trình giảng dạy đại học đồng bộ với thực tiễn nghề nghiệp. Các chương trình đào tạo rất hiếm khi có các chỉ dẫn hướng nghiệp cho sinh viên tốt nghiệp theo chuyên ngành toán. Sắp xếp chương trình giảng dạy với các cơ hội nghề nghiệp trong thực tiễn, không chỉ là ngành giảng dạy, mà cả với các ngành công nghệ thông tin, tài chính, điện toán, hoặc ngành tin-sinh, sẽ giúp sinh viên thấy bản thân họ là một tương lai thú vị tiềm tàng <sup>(7)</sup>. Tại hầu hết các nước đang phát triển, hạ tầng giảng dạy và nghiên cứu hiện vẫn chưa tương xứng. Chỉ vài tòa nhà có thiết kế đường điện phù hợp, hướng hồ là truy cập Internet như thường thấy ở các đại học hiện đại. Sinh viên cũng ít khi được tiếp cận với sách giáo

khoa hay các tạp chí, các thư viện lớn được xây dựng từ hàng thập kỷ trước cũng không được trang bị để cung cấp truy xuất vào nguồn tài liệu số. Chỉ có vài máy tính chung còn khả dụng được đặt tại các phòng thí nghiệm tí hon, nơi sinh viên phải chia sẻ với nhau bằng cách hoặc cùng dùng chung hoặc là phải xếp hàng chờ tới lượt; rất ít sinh viên có điều kiện tự trang bị được máy tính. Băng thông mạng không tương xứng cũng cản trở việc truy cập và tải dữ liệu từ Internet, kể cả khi online được.

Các chủ đề nghiên cứu cũng chú trọng chuyên biệt vào các nhánh của toán học thuần túy lý thuyết như đại số, hình học và giải tích. Ở vài nước, các chương trình học đào tạo rất nghèo nàn về xác suất, thống kê, và toán ứng dụng, mà chỉ chú trọng đến toán lý thuyết và các mảng toán học truyền thống. Trái lại một số nước lại ít ưu tiên phát triển toán lý thuyết, gây nguy hiểm đến tính toàn vẹn của chương trình đào tạo về dài hạn.

Những gánh nặng trong giảng dạy cũng cản trở cả giảng viên lẫn sinh viên. Sinh viên thì ít quan tâm; giảng viên có quá ít thời gian cho sinh viên, và lại nhận được quá ít đãi ngộ, tài trợ, hoặc ít đối tác cho bản thân và cho nghiên cứu. Rất hiếm người có thể tham dự các hội nghị chuyên ngành, họ cũng ít tiếp xúc với cộng đồng chuyên môn cũng như với các ý tưởng nghiên cứu trong chính ngành của mình.

Ở một mức độ thực tế hơn, các giảng viên cũng được trả lương rất thấp so với các đối tác trong chính phủ và trong khối công lập, trong khi vẫn phải đối mặt với sinh hoạt phí cao. Một giảng viên tại một số đại học có thể cần làm thêm một nghề phụ như thư ký, giáo viên trường trung học, hoặc lái xe taxi nếu người đó muốn

<sup>(7)</sup> Đây là mục tiêu hiện nay của Ủy ban quốc tế về chỉ dẫn toán học ICMI - Nghiên cứu 20, Các tương tác giáo dục giữa toán học và công nghiệp (EIMI), xem <http://www.iciam.org/EIMI>

nuôi sống gia đình. Các cử nhân ngành toán cũng không có mấy lựa chọn nghề nghiệp trong khối công lập, nơi chỉ gần đây mới bắt đầu tuyển người làm toán. Để so sánh, một cử nhân đại học ngành toán ở các nước phát triển thường có nhiều lựa chọn nghề nghiệp hấp dẫn. Ví dụ như ở Đức, một thông kê gần đây về mức lương khởi điểm trung bình của các cử nhân đại học cho thấy các cử nhân ngành toán được trả cao thứ hai trong bảng xếp hạng. Chỉ 20% trong số họ lựa chọn nghề giảng dạy, còn lại có lựa chọn nghề nghiệp rất đa dạng, nhiều trong số đó làm trong các ngành công nghiệp.

Do vậy, ở vị thế không ngừng mở rộng về phạm vi và sức sống, không ngừng nuôi dưỡng và được nuôi dưỡng bởi các lĩnh vực khoa học khác, toán học cùng lúc đã đạt tới điểm mốc quan trọng trong sự tiến hóa. Nhiều quốc gia phát triển đang hỗ trợ các chương trình tiên tiến tại các viện nghiên cứu và các trường đại học hàng đầu, thu hút được các sinh viên tài năng từ quốc tế, tuy vậy bậc giáo dục tiểu học và trung học thì lại thường chưa tương xứng để chuẩn bị cho một thế hệ các nhà toán học kế cận. Ở các nước đang phát triển, đặc biệt là các nước kém phát triển, nguồn tài năng sơ khởi rất dồi dào, nhưng hầu như hoàn toàn chưa được khai thác. Khi những thách thức nghiêm trọng đến từ bệnh dịch, nạn đói, biến đổi khí hậu, khắc phục môi trường và phát triển năng lượng cứ mỗi năm lại càng tỏ rõ là trông cậy khẩn thiết vào toán học, điện toán, và các kĩ năng định lượng, thì nhiệm vụ cấp bách về phát triển các tài năng toán học tiềm ẩn nên được đặt ưu tiên ở khắp nơi trên thế giới.

Để chỉ ra các thách thức khẩn thiết nhất về kinh tế, phát triển và xã hội, chúng ta nên giữ vững và tuân thủ một tầm nhìn về toán học như khoa học sống, được kết nối với thế giới thực của con người, các tổ chức, và các quốc gia. Các quốc gia cần hỗ trợ nhiều hơn cho những ai muốn trở thành các nhà giáo dục hoặc nhà nghiên cứu về Toán, và cần cộng tác nhiều hơn giữa các tổ chức và những người đang tìm cách biến điều này thành hiện thực. Các bước cần thiết bao gồm việc giảng dạy mạnh mẽ hơn cho học sinh tiểu học và trung học; nhiều hỗ trợ hơn từ phía chính phủ cho giáo viên, giảng viên, và cả hạ tầng; học bổng cho sinh viên tốt nghiệp và học bổng nghiên cứu cho giảng viên; cùng một phác họa rõ ràng hơn cơ chế đãi ngộ cho các nghề nghiệp về toán.

Liên đoàn Toán học Quốc tế có thể đóng vai trò lớn hơn để hỗ trợ điều đó trở thành hiện thực, và trên thực tế đã thực hiện những bước sơ khởi thể hiện quyết tâm thực hiện việc này. Ví dụ, liên đoàn đã phát động năm 2000 là năm Toán học Thế giới, dẫn đến các hoạt động giao lưu và giảng dạy toán toàn cầu, nhờ vậy đã tiếp cận được đến nhiều người mà trước đó không hề tiếp xúc hoặc có liên quan đến toán học. Ở cấp quốc gia, năm Toán học 2008 tại Đức đã tăng cường quảng bá toán học thông qua hàng ngàn các hoạt động giáo dục ở mọi cấp, các sự kiện với công chúng, các hội thảo chuyên ngành, và các cuộc họp với các lãnh đạo trong các ngành công nghiệp và với báo giới. Gần đây, năm Toán học cho Địa Cầu 2013 đã tài trợ cho các sự kiện và mời khách tham dự đóng góp vào blog nhật kí ghi lại hoạt động của các nhà toán học nghiên cứu về quá trình tiến hóa của Trái Đất.

Người dịch: **Lưu Hoàng Đức**  
(Viện Toán học - Viện Hàn lâm KHCN Việt Nam)

# Joseph Fourier vẫn còn đang làm thay đổi khoa học

Martin Koppe

**Lời người dịch.** *Jean Baptiste Joseph Fourier (21 tháng 3 năm 1768 – 16 tháng 5 năm 1830) là một nhà toán học và vật lý học người Pháp. Ông được biết đến nhờ các công trình về cơ sở toán học của sự lan truyền nhiệt và nhờ việc nghiên cứu các chuỗi mà ngày nay ta gọi là các chuỗi Fourier. Phép biến đổi Fourier được đặt tên để tưởng nhớ tới những đóng góp của ông là một công cụ quan trọng được ứng dụng rộng rãi trong cả khoa học lẫn đời sống. Sau Cách mạng Pháp, ông làm việc cho Hoàng đế Napoléon và đã được Napoléon phong Nam tước. Sau khi Đế chế Napoléon sụp đổ, Fourier quay lại thế giới học thuật và cuối cùng đã thành công, mặc dù ông đã không dành nhiều thời gian để làm toán. Do vai trò quan trọng của các công trình của Fourier trong nhiều lĩnh vực kỹ thuật và vật lý, nhân kỷ niệm 250 năm ngày sinh của ông, Hội Toán học Pháp tuyên bố năm 2018 là “**Năm Joseph Fourier**”. Trong dịp này, website của Trung tâm quốc gia nghiên cứu khoa học Pháp (CNRS) đăng bài “Joseph Fourier is Still Transforming Science”<sup>(1)</sup> của nhà báo Martin Koppe. Bên dưới là bản dịch bài báo này sang tiếng Việt.*

Các công trình của Joseph Fourier, người được tổ chức kỷ niệm 250 năm ngày sinh nhật vào tháng trước, đã dẫn

tới rất nhiều ứng dụng trong thời đại ngày nay, từ các ảnh định dạng JPEG tới việc phát hiện ra sóng hấp dẫn (gravitational waves). Tuy nhiên, vị trí của ông không phải lúc nào cũng được hậu thế nhìn nhận một cách đúng mức, mặc dù nhà khoa học phi thường này đang trở lại đỉnh vinh quang một lần nữa.



Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830).  
Nguồn: Internet

Cũng giống như các chủ đề đã được Joseph Fourier chọn để nghiên cứu, vị thế của ông có những thăng trầm trong lịch sử. Ở cuối đời, ông là một nhà vật lý và nhà toán học giành được nhiều sự tán dương, tuy nhiên sau đó danh tiếng của ông gần như bị khoa học và lịch sử khoa học lãng quên, trước khi trở lại rực rỡ vào giai đoạn hậu chiến (sau năm 1945). Khi chúng ta đang kỷ niệm 250 năm ngày sinh của ông, các công trình của Fourier đã đi

<sup>(1)</sup><https://news.cnrs.fr/articles/joseph-fourier-is-still-transforming-science>



vào trong cả các ứng dụng hàng ngày lẫn trong nghiên cứu khoa học chuyên sâu.

Joseph Fourier là một trong số các nhà khoa học được chọn để được vinh danh vào các Ngày Tưởng niệm Quốc gia <sup>(2)</sup> trong năm nay. Hội Toán học Pháp cũng công bố năm 2018 là Năm Joseph Fourier. Sinh ra ở Auxerre năm 1768, ông mồ côi khi còn nhỏ tuổi và được hướng dẫn để thành một thầy tu theo dòng Thánh Benedict trong Cơ đốc giáo (Benedictine monk). Nhưng Cuộc cách mạng (Cách mạng Pháp 1789 - 1799) nổ ra đã ngăn cản ông khi ông sắp sửa tuyên thệ trước Thiên Chúa, đồng thời cũng làm ông tự do bước vào con đường giảng dạy và nghiên cứu khoa học.

Sau sự chuyển biến bất ngờ của những sự kiện này, Fourier bắt đầu tham gia vào một số hoạt động mà sau này trở thành những dấu ấn quan trọng trong sự nghiệp. Từ năm 1795 ông bắt đầu giảng dạy giải tích tại Trường Bách khoa Paris (École Polytechnique) mới vừa được thành lập, năm 1793 điều hành Ủy ban Giám sát cách mạng (Revolutionary Surveillance Committee) của Auxerre <sup>(3)</sup>, một chi nhánh địa phương của Ủy ban An toàn Công cộng <sup>(4)</sup> do Robespierre <sup>(5)</sup> đứng đầu. Sau đó ông dần thân vào một chiến dịch tới Ai cập cùng với Gaspard Monge, người đã từng giúp ông có được

vị trí tại Trường Bách khoa Paris. Trong khoảng thời gian này ông đã được Hoàng đế Napoleon để ý đến, để rồi đến năm 1802 bổ nhiệm ông làm quận trưởng của một quận thuộc vùng Isère <sup>(6)</sup>.

Khác với hình ảnh của một nhà khoa học đóng kín trong phòng thí nghiệm, Fourier tích cực tham gia vào công cuộc thay đổi một nước Pháp từ trong hỗn loạn. Mà theo Jean Dhombres, nhà nghiên cứu cấp cao đã về hưu tại Trung tâm Alexandre-Koyre (CNRS / EHESS / MNHN) và là đồng tác giả của cuốn tiểu sử về Fourier <sup>(7)</sup>, đã chỉ ra rằng đây là một nét đặc biệt của người Pháp.

### Một sự thay đổi hiếm thấy trong khoa học

“Trong khi Chế độ quân chủ trước Cách mạng Pháp (Ancien Régime - Khoảng từ TK 15) chưa bao giờ đưa toán thành môn học bắt buộc hay phong tước cho những nhà khoa học như trường hợp ở Anh, thì giờ đây các nhà toán học và các nhà khoa học đã bắt đầu tham gia chính trong Cách mạng Pháp,” Jean Dhombres dẫn lại lời của Lazare Carnot - nhà vật lý, nhà toán học và là thành viên của Hội đồng Đốc chính Pháp (Directorate <sup>(8)</sup>), cũng giống như Napoléon - người sau đó tham gia Viện Hàn lâm Khoa học năm 1797 khi đang còn là một tướng lĩnh.

<sup>(2)</sup>Những người được xem có ảnh hưởng đáng kể đến lịch sử nước Pháp.

<sup>(3)</sup>Auxerre là tỉnh lỵ của tỉnh Yonne, thuộc vùng Bourgogne-Franche-Comté của nước Pháp, có dân số là 37.790 người và diện tích 49,95 km vuông.

<sup>(4)</sup>Committee of Public Safety, hoạt động như một chính quyền trung ương trong giai đoạn Cách mạng Pháp (1793-1794).

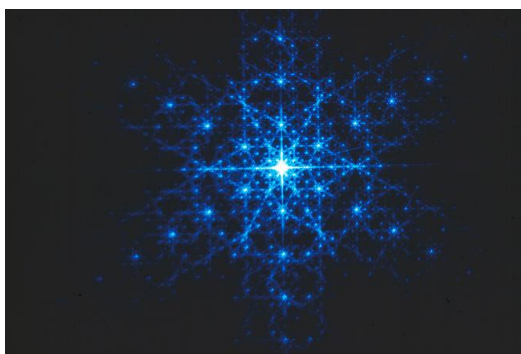
<sup>(5)</sup>Maximilien Marie Isidore de Robespierre (6/5/1758 – 28/7/1794) là một trong những nhà lãnh đạo của Cách mạng Pháp năm 1789.

<sup>(6)</sup>Một tỉnh của Pháp, thuộc vùng hành chính Auvergne-Rhône-Alpes, tỉnh lỵ Grenoble, diện tích 7.431 km vuông, dân số 1.094.006 người.

<sup>(7)</sup>Jean Dhombres and Jean-Bernard Robert, “Joseph Fourier 1768-1830. Créateur de la physique-mathématique”, Belin, 1998.

<sup>(8)</sup>Gồm 5 thành viên (5 đốc chính) nắm quyền hành pháp, do Thượng viện bổ nhiệm hàng năm từ danh sách do Hạ viện đưa lên, trong giai đoạn 1795-1799, sau Cách mạng Pháp.

“Fourier đã không theo lối mòn như các nhà nghiên cứu khác,” Dhombres giải thích. “Ông đã cống hiến cho khoa học gần gũi nhưng mãnh liệt.” Ông khám phá ra bài toán về sự truyền nhiệt vào tháng Mười năm 1804 và hoàn thành công trình đó bằng cả thực nghiệm và lý thuyết vào tháng Giêng năm 1807. Thời khắc thiên tài thứ hai của ông là vào năm 1817 với lý thuyết về phép biến đổi Fourier mà ngày nay đã giữ một vai trò to lớn trong khoa học.



Phép biến đổi Fourier cho biết thông tin về tần số của một tín hiệu, tức là sự phân bố của nó ở những dải tần số khác nhau thì khác nhau. Ở đây là phép biến đổi quang học của đường cong Koch.

*Nguồn: Internet*

Lý thuyết giải tích về sự truyền nhiệt của ông ban đầu nhận được những ý kiến đánh giá đa chiều, cũng như đã bị hai thành viên của Viện Hàn lâm Pháp là J. L. Lagrange và P. S. Laplace phản bác. Công trình đó của Fourier mãi đến năm 1822 mới được công bố<sup>(9)</sup>, chỉ sau khi ông giữ chức vụ thư ký trọn đời (perpetual secretary) của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp. Trong nghiên cứu của mình, Fourier đã phát triển một công cụ toán học mới mà ngày nay ta biết là chuỗi Fourier. Nó giúp phân tích một tín hiệu tuần hoàn bất kỳ thành tổng của các đường hình sin (sine) với tần số là các bội số của chu kỳ của tín hiệu.

Còn với phép biến đổi Fourier, nó cung cấp về phổ tần số (frequency spectrum) của một hàm, là sự phân bố của một tín hiệu theo những dải tần số khác nhau. Những công cụ này là một phần quan trọng của việc xử lý tín hiệu, một lĩnh vực chưa xuất hiện vào thời đó.

### Cha đẻ của ngành vật lý toán

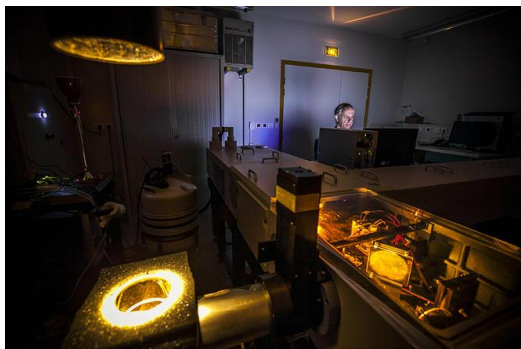
“Fourier làm vật lý toán mà không bị chi phối cũng như không để phục vụ cho một cái gì khác,” Dhombres nhấn mạnh. “Ông bắt đầu bằng những thí nghiệm và lý thuyết nền tảng hơn là từ những suy luận logic trên lý thuyết, và bằng cách đó ông đã chứng minh được nhiệt lan truyền như một dạng sóng. Quan niệm này ngày nay đã là tầm thường, nhưng vào thời điểm đó với bất kỳ nhà khoa học nào cũng đều là lỗi bịch.”

Fourier không hề đặt ra bất kỳ giả thiết đặc biệt nào cho bản chất của nhiệt mà đi xây dựng lý thuyết của mình một cách riêng biệt dựa trên những sự kiện thực tế và các thí nghiệm. Chính cách tiếp cận này làm Auguste Comte ngưỡng mộ, người đã xem ông như một ví dụ hoàn hảo của chủ nghĩa thực chứng (positivism). Điều này minh chứng cho việc Fourier nhận được sự tán dương ngay khi lý thuyết của ông vừa được công bố, trước khi danh tiếng của ông trải qua thăng trầm theo năm tháng.

“Vị trí của Fourier đối với các thế hệ sau liên tục bị thay đổi, thay đổi không chỉ trong lịch sử khoa học mà còn chính cả trong khoa học,” Dhombres cho biết thêm. Trong suốt Thế kỷ 19, lý thuyết giải tích toán học của ông không hề được các nhà nghiên cứu sử dụng đến, thậm chí không được xem là quan trọng trong các khóa toán học tại Trường Bách khoa, nơi ông từng giảng dạy trước khi rời khỏi đó

<sup>(9)</sup>Fourier, Joseph (1822). “Théorie analytique de la chaleur”. Paris: Firmin Didot Père et Fils.

để tham gia chiến dịch Ai Cập. Bắt đầu từ những năm 1830 và thời hậu chiến, các nghiên cứu của ông cuối cùng đã trở lại vị trí tiên phong và hình thành nên một lĩnh vực độc lập trong giải tích.



Quang phổ kế hồng ngoại biến đổi Fourier tại Đài quan sát Maïdo, nằm ở độ cao 2200m trên đảo La Réunion. Từ ánh sáng mặt trời hấp thụ bởi khí quyển, nó phân tích các khía cạnh hóa học khác nhau của các thành phần hình thành nên tầng bình lưu. *Nguồn: Internet*

Patrick Flandrin, nhà nghiên cứu cấp cao tại Phòng thí nghiệm Vật lý của ENS ở Lyon <sup>(10)</sup> và là thành viên của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp, cho rằng công nghệ thông tin đã đóng vai trò cốt yếu để đem ánh hào quang trở lại cho lý thuyết của Fourier. “Giải tích Fourier đã quá quen thuộc trong suốt thập niên 1960 nhưng ứng dụng của nó thực sự được biết đến rộng rãi là nhờ sự ra đời của thuật toán Biến đổi Fourier nhanh (Fast Fourier Transform – FFT). Nó làm cho công nghệ thông tin ít tốn kém hơn, nhanh hơn và dễ tiếp cận hơn.”

### Di sản của Jean-Pierre Kahane

Flandrin nhấn mạnh tầm quan trọng của một nhà nghiên cứu khác: Jean-Pierre Kahane. Là giáo sư tại đại học Montpellier và Orsay và là thành viên của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp, Jean-Pierre

Kahane (1926-2017) hoàn thành nghiên cứu rất quan trọng về chuỗi Fourier và chuỗi ngẫu nhiên (random series) <sup>(11)</sup>. Công trình này đã góp phần đáng kể cho thời kỳ vinh quang thứ hai của Fourier.

“Jean-Pierre Kahane thích nhắc nhở mọi người rằng, cho tới cả những năm 1970, trong Bách khoa toàn thư phổ thông (Encyclopaedia universalis) vẫn không có mục về Joseph Fourier,” Flandrin thuật lại. “Ngày nay, lý thuyết giải tích của ông có thể được tìm thấy trong vật lý thiên văn, hóa học, toán học..., vậy mà ông vẫn không nhận được sự công nhận tương xứng mà ông xứng đáng có từ công chúng.”

Những năm gần đây, người ta ngày càng phát hiện ra nhiều ứng dụng từ các công trình của Fourier. Một chuyện thông thường, ví dụ như việc đọc bài báo này trực tuyến, cũng đòi hỏi nhiều phép biến đổi Fourier, được dùng trong việc nén các ảnh số (digital images), đặc biệt là các ảnh có định dạng JPEG phổ biến. Công cụ đã-từng-bị-lãng-quên này cũng được dùng cho các mạng 3G và 4G, và trở thành một trong những công cụ tính toán thông dụng nhất trong lĩnh vực công nghệ thông tin.

Flandrin sau đó trích dẫn lý thuyết sóng nhỏ (wavelets), là lý thuyết được phát triển bởi nhiều người, mà tiêu biểu là Ingrid Daubechies (giáo sư Đại học Duke) và bởi Yves Meyes (giáo sư về hưu tại trường ENS Paris-Saclay)-người được giải thưởng Abel năm 2017 và đồng thời là học trò cũ của Jean-Pierre Kahane. Trong khi nghiên cứu của Fourier phân tích các tần số của tín hiệu thì sóng nhỏ cũng có thể phân tích tín hiệu theo thời gian. Những công cụ này được dùng chủ

<sup>(10)</sup>CNRS / Université Claude Bernard Lyon 1 / ENS Lyon.

<sup>(11)</sup>Jean-Pierre Kahane, “Some random series of functions”, Heath, 1968

yếu để nén ảnh số nhưng chúng cũng có thể giúp phát hiện ra sóng hấp dẫn (gravitational waves). Sóng hấp dẫn sẽ được tách ra nhờ sự phân tích sóng nhỏ của tín hiệu được phát hiện bởi giao thoa kế LIGO<sup>(12)</sup>.

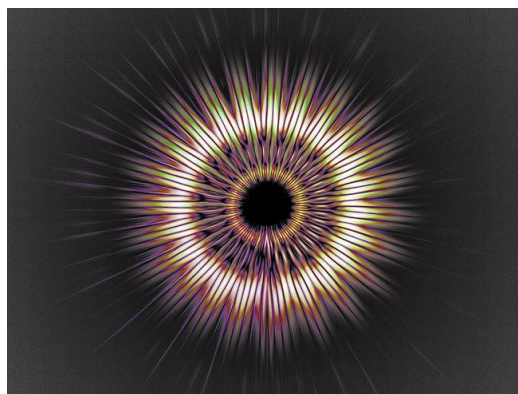
“Fourier đã mở ra một lĩnh vực rộng lớn,” Flandrin nói một cách say mê. “Rất nhiều nhà nghiên cứu đã dựa trên công trình tiên phong của Fourier và phát triển nó. Ngay khi các quy luật mới được thiết lập, ta muốn quan sát chúng, đẩy chúng đến các giới hạn và sử dụng chúng một cách tốt nhất.”

### Từ biến đổi Fourier đến sóng nhỏ

Hervé Queffélec (giáo sư về hưu tại Đại học Lille 1) cũng có cùng chung suy nghĩ với Flandrin. Ông đã từng làm việc, giống như Meyer, dưới sự hướng dẫn của Kahane. “Ta có thể nói rằng các sóng nhỏ là con cháu của Fourier, chúng được xây dựng để bù đắp những thiếu hụt trong phép biến đổi của ông trong lĩnh vực kỹ thuật số.” Nhà nghiên cứu này, người đã nghiên cứu về chuỗi Fourier, giải thích rằng giải tích Fourier chống lại Nguyên lý bất định Heisenberg (Heisenberg’s Uncertainty Principle) trong cơ học lượng tử, theo đó sự hiểu biết đồng thời về vị trí và vận tốc của một hạt bị giới hạn bởi một ngưỡng chính xác nhất định.

“Fourier đã sử dụng hàm số mũ với số mũ ảo, là những hàm số ‘khó thay đổi’ (rigid functions),” Queffélec nói thêm. “Sóng nhỏ có thể cho phép ta định vị được tín hiệu cả về thời gian và tần số.” Nhà khoa học này cũng đề cập đến chuỗi Fourier ngẫu nhiên (random Fourier series), là công cụ đã giúp Gilles Pisier,

giáo sư về hưu tại ĐH Pierre et Marie Curie và ĐH Texas A&M, và đồng thời là thành viên của Viện Hàn lâm Khoa học, đạt được những tiến bộ quan trọng đối với các chuỗi Fourier khuyết (lacunary Fourier series)<sup>(13)</sup>. Những công cụ xác suất này giành được nhiều sự quan tâm cũng giống như chuỗi Fourier và còn được sử dụng để xây dựng chuyển động Brown.



Hình ảnh này được tạo ra bằng các sóng nhỏ, bằng cách chuyển các tần số âm thanh phát ra từ một con cá voi lưng gù thành một đồ thị.

Nguồn: Internet

Một lần nữa đây chính là cách tiếp cận vào bản chất cốt lõi của công trình của Fourier, tức là quá trình truyền nhiệt. Định luật Fourier nói rằng tốc độ truyền nhiệt trong một thanh rắn tỉ lệ với gradient nhiệt độ. Đây là cơ sở để dẫn tới phương trình truyền nhiệt thứ nhất. Các nguyên lý này cũng có thể tìm thấy trong chuyển động Brown, đặc biệt là định luật Ohm - mô tả cường độ dòng điện - và định luật Fick - mô tả sự khuếch tán của vật chất ở những mật độ vật chất khác nhau.

<sup>(12)</sup>Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory.

<sup>(13)</sup>Hay còn được gọi là “chuỗi lượng giác khuyết” (lacunary trigonometric series), là các chuỗi có dạng  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{inx}$ , trong đó  $c_n = 0$  với mọi số nguyên  $n$  trừ ra các số trong một tập con thưa (sparse)  $E$  nào đó của  $\mathbb{Z}$ .

## Vấn đề cân bằng của hệ

Cũng như những công cụ có tính nền tảng khác mà sự phát triển chúng sẽ còn tiếp tục, sự đóng góp quan trọng nói trên của Fourier vẫn là đề tài của những lĩnh vực nghiên cứu chuyên sâu. Bernard Derrida là nhà nghiên cứu tại LPS<sup>(14)</sup>, thành viên của Viện Hàn lâm Khoa học - giáo sư tại Collège de France, đã phát biểu rằng chính những tiến bộ trong công nghệ thông tin đã giúp công trình của Fourier bước lên đài vinh quang lần hai.

“Định luật Fourier về sự truyền nhiệt một lần nữa trở thành đề tài nghiên cứu mang tính thời sự. Các mô phỏng kỹ thuật số đã cho thấy định luật này không thỏa mãn với hệ một hoặc hai chiều.” Nó cũng không thỏa mãn với những hệ đơn giản hơn như khí hoàn hảo (perfect gas) hay hàm điều hòa cầu (solid harmonics), nói cách khác, nó không hoạt động trên những dãy dao động ghép đôi. “Bằng các phép tính tương đối sơ cấp ta thấy rằng trong khi các hạt đi qua một môi trường không bị va chạm thì hệ không thể tự cân bằng.” Điều này mới trông có vẻ hơi phản trực giác nhưng thật ra lại đúng đắn, bởi vì các hệ đó không quá hỗn độn và do đó làm chúng không thể tự cân bằng. Nhưng vậy thì tại sao ngày nay người ta vẫn còn hứng thú với định luật Fourier?

“Các nhà nghiên cứu đầu Thế kỷ 21 rất hào hứng với những hệ không cân bằng, chẳng hạn như một vật liệu tiếp xúc với hai nguồn nhiệt ở những nhiệt độ khác nhau. Khi đó định luật Fourier đặt ra một trong những câu hỏi đơn giản nhất trong vật lý của các lực không cân bằng này.

Một trong những hướng nghiên cứu ngày nay là tìm hiểu chúng thông qua việc mô tả các nguyên tử ở mức độ vi mô.”

## Fourier được vinh danh

Công trình của Fourier cuối cùng đã được ghi nhận một cách đầy đủ, và tiếng vang từ đó đã giúp mọi người nhận thức rõ ràng hơn về ông. Ngày 13 tháng 3 năm 2018, Viện Hàn lâm Khoa học đã tổ chức một hội nghị với chủ đề “Fourier và khoa học ngày nay” do Flandrin and Jean-François Le Gall (là giáo sư Đại học Paris-Sud và cũng là viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học) chủ trì, để vinh danh ông.

“Fourier đã có ảnh hưởng đáng kể đến cuộc sống thường nhật chúng ta và đời sống khoa học; đồng thời, ông biểu lộ một tính cách phức tạp,” Flandrin nhấn mạnh. “Ông ấy là một nhà khoa học có quan tâm nhiều đến cuộc sống xã hội. Chẳng hạn ông đã giúp đỡ cho sự nghiệp của Sophie Germain để bà có thể tham gia các phiên hội nghị của Viện Hàn lâm Khoa học, nơi khi đó còn không cho phép phụ nữ bén mảng tới.

Một minh chứng khác trong việc ghi nhận tên tuổi của ông ở thời hậu chiến là tên trường đại học Université de Grenoble - do chính Fourier sáng lập khi ông còn là quận trưởng ở Isère - đã được đổi thành tên ông (Université Joseph Fourier). Đồng thời, một trường đại học khác trong cùng thành phố đã thành lập một trung tâm nghiên cứu toán học cao cấp, lấy tên là Viện Fourier (Institut Fourier, CNRS/Université Grenoble Alpes). Những di sản mà ông để lại đó sẽ còn mãi với hậu thế.

Người dịch: **Phan Đình Phùng** (Đại học Duy Tân, Tp. Hồ Chí Minh)  
**Nguyễn An Khương** (Khoa Khoa học và Kỹ thuật Máy tính,  
 Trường ĐH Bách Khoa Tp. Hồ Chí Minh)

<sup>(14)</sup>Laboratoire de physique statistique (CNRS / ENS Paris / Université Paris-Diderot / UPMC).

# Charles M. Stein và phương pháp Stein

Trần Lộc Hùng (Trường Đại học Tài chính–Marketing)  
Nguyễn Tấn Nhật (Đồng Tháp)

## LỜI NÓI ĐẦU

Ngày 24/11/2016, giáo sư Charles M. Stein đã ra đi mãi mãi trong giấc ngủ bình yên ở tuổi 96. Cộng đồng toán học nói chung và những nhà nghiên cứu Lý thuyết xác suất và Thống kê toán nói riêng đã mất đi một nhà thống kê học khác thường<sup>(1)</sup>, cha đẻ của phương pháp mang tên ông – phương pháp Stein nổi tiếng, và cũng là một thành viên tích cực trong phong trào chống chiến tranh ở Việt Nam và Iraq. Chúng tôi viết bài báo này nhằm giới thiệu về ông – giáo sư Charles M. Stein, Đại học Stanford (Hoa Kỳ) với sự kính trọng ông – một nhà khoa học và một thành viên của phong trào chống chiến tranh phi nghĩa, cũng như phương pháp nổi tiếng mang tên ông – phương pháp Stein.

## 1. CHARLES M. STEIN VÀ PHƯƠNG PHÁP MANG TÊN MÌNH

Charles M. Stein là nhà thống kê toán học hàng đầu thế giới, một trong những người có đóng góp cơ bản nhất trong lĩnh vực Lý thuyết xác suất và thống kê toán học. Giáo sư Wing Wong, đồng nghiệp của Charles M. Stein tại Đại học Stanford nhận định như sau:

<sup>(1)</sup>"Extraordinary Statistician", Stanford News (1/12/2016).

"Trong số những nhà thống kê toán học vĩ đại của thế kỷ 20, một vài người để lại dấu ấn bằng cách phát triển các lý thuyết và kỹ thuật mới, và một số khác lại khám phá các kết quả đáng ngạc nhiên nhằm loại bỏ những niềm tin lâu năm. Charles Stein là người duy nhất với khả năng của mình đã làm được cả hai việc này. Ông thực sự là một người khổng lồ trong số những người khổng lồ."



Charles M. Stein, 1920–2016. Nguồn: Internet

Có lẽ vì thế nên tờ Stanford News ra ngày 01 tháng 12 năm 2016 đã thông báo về sự ra đi của Giáo sư Charles M. Stein với sự so sánh trân trọng:



"Charles M. Stein được biết đến như là "Einstein của Khoa Thống kê"."

Giáo sư Charles M. Stein sinh ra ở Brooklyn, Thành phố New York (New York City, Hoa Kỳ) vào ngày 22 tháng 3 năm 1920. Ông bộc lộ tài năng toán học từ rất sớm, và nhận được học vị cử nhân toán từ Đại học Chicago năm 1940. Trong thời gian chiến tranh thế giới thứ II, ông phục vụ trong Lực lượng Không quân Hoa Kỳ (U.S. Air Force). Sau đó, Charles M. Stein hoàn thành luận án tiến sĩ tại Đại học Columbia năm 1947 dưới sự hướng dẫn của giáo sư Abraham Wald, trở thành phó giáo sư (associate professor) năm 1953 và giáo sư thực thụ (full professor) của Đại học Stanford năm 1956. Giáo sư Charles M. Stein được bầu vào Viện hàn lâm Khoa học Quốc gia Hoa Kỳ<sup>(2)</sup> năm 1975. Ông đi vào cõi vĩnh hằng trong giấc ngủ vào ngày 24 tháng 11 năm 2016.

Mặc dù có tầm ảnh hưởng to lớn, nhưng số lượng công trình đã công bố của Charles M. Stein rất khiêm tốn<sup>(3)</sup>. Lý do của việc này được chính Charles M. Stein giải thích ít nhất trong hai lần khi phỏng vấn phỏng vấn ông. Khi trả lời Morris H. DeGroot ([3]), ông cho biết nó xuất phát từ tính lười biếng và cầu toàn của mình. Lần khác, đáp lại câu hỏi có nội dung tương tự từ Y. K. Leong vào năm 2003 ([9]), ông nói mình gặp khó khăn trong việc viết ra, cũng như trong việc buộc bản thân phải gửi một cái gì đó ngay cả khi nó đã hoàn tất. Trên tất cả, dường như nguyên nhân chính xuất phát từ tính cẩn trọng và khiêm tốn của Charles M. Stein, nhưng không vì thế mà ông làm giảm đi

sức ảnh hưởng của mình. Với trí tuệ phi thường, Charles M. Stein đã truyền cảm hứng và niềm đam mê trong nghiên cứu toán học cho những người xung quanh, đặc biệt là những người có tiếp xúc trực tiếp với ông. Persi Diaconis, một đồng nghiệp của Charles M. Stein ở Đại học Stanford bày tỏ:

"Charles M. Stein là người kiệm lời nhưng khi ông nói, chúng tôi rất lắng nghe. Thời điểm xích Markov bắt đầu phổ biến (khoảng năm 1980), ông ấy có vẻ quan tâm. Tôi hỏi vì sao và ông trả lời như thể điều đó là hiển nhiên: "Tất nhiên, một xích Markov khả đảo là thứ tương tự như một cặp hoán đổi được". Tôi biết rằng những cặp hoán đổi được<sup>(4)</sup> là một trụ cột của phương pháp Stein. Tuyên bố của Charles M. Stein đã làm thay đổi hướng nghiên cứu của tôi. Hai mươi lăm năm sau, ông thêm một câu: "Tôi luôn nghĩ ý tưởng hay để vượt qua Tập 1 của Feller<sup>(5)</sup> là sử dụng phương pháp những cặp hoán đổi được.". Susan Holmes và tôi (Tôi nghi ngờ Charles đồng thuận) đã vượt qua Feller bằng đôi mắt Bayes. Tuyên bố đó của Charles M. Stein đã dẫn dắt tôi đi tiếp hai mươi lăm năm nữa."

Một trong những đóng góp quan trọng nhất của Charles M. Stein trong Lý thuyết xác suất và Thống kê toán là một kỹ thuật xấp xỉ phân phối xác suất mà hiện nay được gọi là "Phương pháp Stein". Nói chung, mục tiêu của phương pháp này là ước tính sai số trong các định lý giới hạn của Lý thuyết xác suất dựa trên một

<sup>(2)</sup>National Academy of Sciences (USA)

<sup>(3)</sup>Tính tới năm 2004, Charles M. Stein (84 tuổi) đã công bố cùng học trò và đồng nghiệp 39 công trình. Xem <http://www.ams.org/mrlookup>.

<sup>(4)</sup>Exchangeable pairs: một khái niệm được dùng cùng phương pháp Stein.

<sup>(5)</sup>W. Feller là tác giả của bộ sách kinh điển về Lý thuyết xác suất: An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol 1 (1967) & Vol 2 (1971).

toán tử vi phân đặc trưng cho phân phối tiệm cận. Năm 1972, Charles M. Stein giới thiệu một kỹ thuật mới dùng để xác định sai số của xấp xỉ chuẩn cho các biến ngẫu nhiên phụ thuộc yếu thông qua công trình *A bound for the error in the normal approximation to the distribution of a sum of dependent random variables* ([7]) được xuất bản trong kỷ yếu Hội nghị chuyên đề Berkeley về Thống kê Toán học và Xác suất<sup>(6)</sup> lần thứ sáu. Năm 1975, Louis H. Y. Chen, khi ấy đang là nghiên cứu sinh của Charles M. Stein, đã áp dụng thành công ý tưởng và phương pháp này khi nghiên cứu xấp xỉ Poisson với công trình *Poisson approximation for dependent trials* ([1]). Sau đó, phương pháp của Charles M. Stein được phát triển cho các xấp xỉ khác bao gồm xấp xỉ quá trình Poisson (Barbour, 1988; Barbour et al., 1992), xấp xỉ phân phối đều (Diaconis, 1989), xấp xỉ quá trình Gauss (Barbour, 1990), xấp xỉ phân phối nhị thức (Ehm, 1991), xấp xỉ phân phối Poisson phức hợp (Barbour et al., 1992), xấp xỉ phân phối đa thức (Loh, 1992), xấp xỉ phân phối gamma (Luk, 1994), xấp xỉ phân phối  $\chi^2$  (Mann, 1995; Reinert, 1997), xấp xỉ phân phối hình học (Peköz, 1995), xấp xỉ phân phối nhị thức âm (Brown et al., 1999), xấp xỉ quá trình Poisson phức hợp (Barbour et al., 2002), xấp xỉ phân phối Cauchy (Neamanee, 2003), xấp xỉ độ đo Gibbs rời rạc (Eichelsbacher et al., 2008), v.v..

Cũng trong lần trả lời phỏng vấn do Y. K. Leong tiến hành năm 2003, giáo sư Charles M. Stein trao đổi về phương pháp mang tên ông và coi đây là một trong

ba đóng góp quan trọng nhất của ông cho toán học. Tuy nhiên, ông đã không lường trước được các ứng dụng sâu rộng mà phương pháp của mình đem đến sau đó. Hơn nữa, Charles M. Stein cũng thừa nhận rằng mình chưa bao giờ thực sự theo đuổi điều này (các ứng dụng của phương pháp Stein). Theo Taylor Kubota ([5]), có lẽ mãi đến những năm cuối đời, Charles M. Stein lại quay về với phương pháp mang tên mình trong nỗ lực nghiên cứu về phân bố của các số nguyên tố.

Phương pháp Stein được các chuyên gia đánh giá cao vì nó đáp ứng tốt ngay trong điều kiện phụ thuộc của các biến ngẫu nhiên, trường hợp mà các phương pháp khác như phương pháp hàm đặc trưng bộc lộ nhiều hạn chế<sup>(7)</sup>. Trong phần tiếp, chúng tôi cố gắng giới thiệu ngắn gọn nhất có thể về ý tưởng của phương pháp Stein.

## 2. PHƯƠNG PHÁP STEIN VÀ XẤP XỈ CHUẨN

Định lý giới hạn trung tâm trong Lý thuyết xác suất khẳng định rằng phân phối xác suất của tổng chuẩn hóa các biến ngẫu nhiên thỏa một vài điều kiện nhất định<sup>(8)</sup> sẽ hội tụ về phân phối chuẩn chính tắc, khi các thành phần ngẫu nhiên trong tổng tăng lên tùy ý về mặt số lượng. Trường hợp đơn giản là có sự tham gia của giả thiết độc lập đối với các biến ngẫu nhiên. Ví dụ, giả sử  $X, X_1, X_2, \dots$  là một dãy các biến ngẫu nhiên *độc lập*, cùng phân phối với kỳ vọng  $EX = \mu$ , và phương sai  $\text{Var}X = \sigma^2 \in (0, \infty)$ . Với

<sup>(6)</sup>Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability

<sup>(7)</sup>Một tính chất quan trọng của hàm đặc trưng là: hàm đặc trưng của tổng các biến ngẫu nhiên độc lập bằng tích các hàm đặc trưng của các biến thành phần.

<sup>(8)</sup>Ví dụ, các biến ngẫu nhiên độc lập, cùng phân phối với kỳ vọng và phương sai hữu hạn, hay các dãy độc lập có điều kiện như một dãy dừng  $m$  phụ thuộc, v.v..



$x \in \mathbb{R}$ , đặt

$$(1) \quad S = \frac{1}{\sigma\sqrt{n}} \sum_{j=1}^n (X_j - \mu),$$

$$(2) \quad F_n(x) := P(S \leq x)$$

và

$$(3) \quad \Phi(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt.$$

Khi đó, định lý giới hạn trung tâm khẳng định rằng

$$(4) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x) = \Phi(x).$$

Ý nghĩa của (4) là bắt đầu từ một số  $n$  đủ lớn nào đó, ta có thể dùng hàm phân phối chuẩn chính tắc  $\Phi$  ở vế phải để xấp xỉ hàm phân phối  $F_n$  trong giới hạn ở vế trái. Như vậy, nhu cầu tự nhiên nảy sinh là phải ước tính được sai số của xấp xỉ trong biểu thức giới hạn (4). Berry (1941) và Esseen (1942) đã độc lập đưa ra một chặn đều có dạng

$$(5) \quad \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - \Phi(x)| \leq \frac{CE|X - \mu|^3}{\sigma^3\sqrt{n}},$$

với  $C$  là hằng số không phụ thuộc  $n$ , nếu  $E|X - \mu|^3$  hữu hạn. Chính Esseen là người đầu tiên ước tính cận trên và cận dưới cho  $C$ , ông đã chứng tỏ  $C \leq 7,59$  (1942) và  $C \geq 0,4097$  (1956). Sau đó giá trị cận trên của  $C$  giảm dần qua nhiều nghiên cứu khác nhau bao gồm cả các khẳng định gián tiếp thông qua trường hợp không cùng phân phối. Đến năm 2011, dựa trên một kết quả của Shevtsova ([6]) có thể khẳng định  $C < 0,4748$  <sup>(9)</sup>. Bên

<sup>(9)</sup>Chặn này được cải tiến một chút  $C < 0.469$  cũng trong một công trình của Shevtsova năm 2014. Xem I. G. Shevtsova, On the absolute constants in the Berry-Esseen-type inequalities, *Doklady Mathematics* **89** (2014), 378–381 (BBT).

<sup>(10)</sup> $I(x \in A) := I_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x \in A, \\ 0 & \text{nếu } x \notin A. \end{cases}$

cạnh dạng (5) khá khó này, ta còn nghiên cứu sai số dưới dạng dễ ước tính hơn như:

$$(6) \quad \int_{-\infty}^{\infty} |F_n(x) - \Phi(x)| dx \leq \frac{C'E|X - \mu|^3}{\sigma^3\sqrt{n}}.$$

Công việc ước lượng sai số trong biểu thức giới hạn (4) theo các dạng (5) hay (6) có thể tổng quát hóa thành bài toán đánh giá sự khác biệt giữa hai giá trị kỳ vọng của hai phân phối xác suất. Với  $W$  và  $Z$  là hai biến ngẫu nhiên nhận giá trị thực, giả sử có thể xấp xỉ  $Eh(W)$  bởi  $Eh(Z)$ , trong đó  $h$  là một hàm giá trị thực đo được. Vấn đề đặt ra là phải ước tính được lượng  $Eh(W) - Eh(Z)$  để làm sai số cho xấp xỉ. Ở đây, ta tập trung vào việc tìm một cận trên tốt cho

$$(7) \quad \sup_{h \in \mathcal{H}} |Eh(W) - Eh(Z)|,$$

$\mathcal{H}$  là một lớp hàm đo được nào đó mà ta quan tâm đến. Chẳng hạn, với xấp xỉ chuẩn đã nói, ta xét  $Z$  có phân phối chuẩn chính tắc, và khi đó, nếu  $\mathcal{H} = \{I(t \leq x)^{(10)} : x \in \mathbb{R}\}$  thì (7) trở thành vế trái của (5), hoặc nếu  $\mathcal{H} = \{h : |h(x) - h(y)| \leq |x - y|, x, y \in \mathbb{R}\}$  thì (7) là vế trái của (6) (Gibbs et al., 2002, [4]).

Ý tưởng của phương pháp Stein trong xấp xỉ chuẩn là thay vì ước tính trực tiếp hiệu  $Eh(W) - Eh(Z)$ , ta sẽ ước tính  $E[f'(W) - Wf(W)]$ , với  $f$  là lời giải của phương trình vi phân

$$(8) \quad f'(x) - xf(x) = h(x) - Eh(Z).$$

Phương trình (8) gọi là *phương trình Stein*, và vế trái của nó  $Af(x) := f'(x) -$

$xf(x)$  gọi là *toán tử Stein*. Rõ ràng việc ước tính lượng  $EAf(W)$  phụ thuộc vào tính chất hàm  $f$  và cấu trúc của  $W$ . Ví dụ đơn giản, nếu  $f$  có đạo hàm cấp hai bị chặn và  $W$  chính là  $S$  đã nói trong (3), thì ta có đánh giá (Chen et al., 2011, [2]):

$$\begin{aligned} & E [f'(S) - Sf(S)] \\ & \leq \frac{1,5 \sup_{x \in \mathbb{R}} |f''|}{\sigma^3 \sqrt{n}} E |X - \mu|^3. \end{aligned}$$

Bên cạnh việc khảo sát các hàm  $f$  là nghiệm của phương trình Stein để rút ra các tính chất hữu ích, một số tác giả còn đưa ra những khái niệm kỳ lạ và thú vị nhằm mục đích đánh giá  $EAf(W)$ , chẳng hạn như *exchangeable pairs* giới thiệu bởi Stein, *zero bias* giới thiệu bởi Goldstein và Reinert, v.v.. Hãy lưu ý rằng, ví dụ mà bài viết đưa ra nhằm diễn giải với bạn đọc chỉ dừng lại ở giả thiết độc lập, nhưng phương pháp Stein ra đời với mục tiêu ban đầu là các biến phụ thuộc.

Chúng tôi khép lại bài viết này với nghi vấn là vì sao ước lượng  $EAf(W)$  mang lại hiệu quả – nghĩa là nó phải bé khi  $W$  có thể xấp xỉ chuẩn tốt? Một phần của câu trả lời xuất phát từ toán tử Stein có tính chất  $EAf(Z) = 0$ , với một số lớp các hàm  $f$  nhất định<sup>(11)</sup>, nếu  $Z$  có phân phối chuẩn chính tắc (Stein, 1986, [8]). Ta có thể kiểm tra ngay khẳng định này với  $f(x) = e^{\frac{1}{2}x^2}$  là hàm sinh của  $Z$ . Một cách tự nhiên, liên tưởng đến hàm đặc trưng là một thói quen không tránh khỏi của bất kỳ ai làm xác suất, và dưới sự dẫn lối của ý nghĩ đó, có lẽ bạn đọc sẽ phát hiện ra một phương pháp gọi là Stein-Tikhomirov.

#### LỜI CẢM ƠN

Các tác giả chân thành cảm ơn giáo sư Louis Y. H. Chen (Trường Đại học quốc

gia Singapore, NUS) và giáo sư Aleksander N. Tikhomirov (Trung tâm Khoa học Komi, Chi nhánh Ural, Viện hàn lâm Khoa học Nga, Cộng hoà Liên bang Nga) đã trao đổi các ý kiến hữu ích và lý thú về phương pháp Stein, phương pháp Stein-Chen, phương pháp Stein-Tikhomirov và các ứng dụng, cùng các tài liệu bổ ích mà thiếu chúng bài báo này không thể hoàn thành.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Louis H. Y. Chen. Poisson approximation for dependent trials. *The Annals of Probability*, pages 534–545, 1975.
- [2] Louis H. Y. Chen, Larry Goldstein, and Qi-Man Shao. *Normal Approximation by Stein's Method*. Probability and Its Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition, 2011.
- [3] Morris H. DeGroot. A conversation with Charles Stein. *Statistical Science*, 1(4):454–462, 1986.
- [4] Alison L. Gibbs and Francis Edward Su. On choosing and bounding probability metrics. *International statistical review*, 70(3):419–435, 2002.
- [5] Taylor Kubota. Charles M. Stein, extraordinary statistician and anti-war activist, dies at 96. *Stanford News Service*, 2016.
- [6] I. Shevtsova. On the absolute constants in the Berry-Esseen type inequalities for identically distributed summands. *ArXiv e-prints*, November 2011.
- [7] Charles Stein. A bound for the error in the normal approximation to the distribution of a sum of dependent random variables. *Proceedings of the Sixth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 2:583–602, 1972.
- [8] Charles Stein. Approximate computation of expectations. *Lecture Notes-Monograph Series*, 7:i–164, 1986.
- [9] Charles Stein. The Invariant, the Direct and the “Pretentious”. In *Creative Minds, Charmed Lives: Interviews at Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore*, pages 282–287. World Scientific, 2010.

<sup>(11)</sup>Thường phát biểu theo một tính chất chung là liên tục tuyệt đối và thỏa  $E|f(Z)| < \infty$ .

## Nguyễn Trọng Toán nhận giải thưởng Centennial Fellowship năm 2018 -2019 của Hội Toán học Mỹ <sup>(1)</sup>

Elaine Kehoe

Hội Toán học Mỹ (AMS) đã trao giải thưởng Centennial năm học 2018-2019 cho PGS.TS. Nguyễn Trọng Toán của Đại học bang Pennsylvania. Lĩnh vực nghiên cứu của PGS.TS. Toán là phương trình đạo hàm riêng, toán cơ chất lỏng và hệ động lực học của các hạt phân tử. Anh sẽ sử dụng giải thưởng để tập trung nhiều hơn cho việc nghiên cứu trong năm 2018–2019.

Toán nhận bằng tiến sĩ toán học tại Đại học Indiana năm 2009 dưới sự hướng dẫn của Giáo sư Kevin Zumbrun. Anh làm nghiên cứu sinh sau tiến sĩ tại Đại học Pierre et Marie Curie Paris VI từ 2009 đến 2010 và là trợ lý giáo sư tại Đại học Brown từ 2010 đến 2012 trước khi về làm việc tại Đại học bang Pennsylvania vào năm 2013.

Toán đã chia sẻ với tạp chí Notices of AMS rằng: “Tôi sinh ra và lớn lên trong một nông trường cà phê ở Việt Nam, nhưng đi theo con đường toán học lại khá tự nhiên với tôi. Như bạn thấy, tên tôi là Toán. Cha mẹ tôi tin rằng toán và khoa học là cánh cửa của tương lai. Ngoài ra, tôi còn có em gái tên Lý và em trai tên Hoá. Các anh em chúng tôi đều theo học đại học tại Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Tp.HCM, trong khi hầu hết các bạn cùng xóm phải nghỉ

học phụ giúp kinh tế gia đình. Sau khi tốt nghiệp đại học, tôi vào làm trong một công ty tin học với mức lương khá hậu hĩnh, nhưng tôi bỏ việc sau vài tháng khi họ buộc tôi không được mang sách toán đến công ty.”



Nguyễn Trọng Toán. Nguồn: Internet

“Tôi trở lại trường để làm trợ giảng và gặp Giáo sư Lê Dũng (UTSA), người đã hướng dẫn tôi làm nghiên cứu. Sau khi mở rộng kết quả trong một bài báo của thầy, thầy mời tôi đến Mỹ học thạc sĩ. Hai năm sau, tôi chuyển đến Đại học Indiana để lấy bằng tiến sĩ. . . và tốt nghiệp sau ba năm với nhiều lời mời từ các trường đại học lớn như Chicago, Michigan, Brown,

<sup>(1)</sup>Dịch từ Notices of the AMS, (May 2018), page 603.

và nhiều nơi khác để tiếp tục làm việc sau tiến sĩ.”

“Dự án nghiên cứu gần đây của tôi với E. Grenier (ENS Lyon) chứng minh rằng lý thuyết biên cổ điển do L. Prandtl đề xuất vào năm 1904 là sai khi mô tả hoạt động của chất lỏng. Chúng tôi hiện đang viết một cuốn sách về chủ đề này. Tôi cũng phổ biến những nghiên cứu mới

trên blog của mình: ‘Snapshots in Mathematics!’ Tôi tin rằng sự kiên trì là chìa khóa để thành công.”

Giải thưởng Centennial bao gồm 93.000 USD, kèm theo 9.300 USD cho các chi phí khác và trở thành hội viên miễn phí trong một năm của hội toán học Mỹ. Giải thưởng được chọn theo tiêu chí của hội đồng tuyển chọn Centennial, dựa trên sự xuất sắc trong nghiên cứu của ứng viên.

Người dịch: **Trịnh Thanh Đèo**  
(Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh)

## Thông tin về Đại hội Toán học Việt Nam lần thứ 9

Đại hội Toán học Việt Nam lần thứ 9 sẽ được tổ chức từ 14/08 đến 18/08/2018 tại Trường Đại học Thông tin Liên lạc, Thành phố Nha Trang, Khánh Hòa. Hiện nay công tác chuẩn bị cho đại hội đang ở giai đoạn nước rút. Chúng tôi xin cập nhật một số thông tin về đại hội.

Như đã thông tin trong các số trước, Đại hội năm nay sẽ mời 7 nhà toán học đọc báo cáo mời toàn thể và 46 nhà toán học đọc báo cáo mời ở 8 tiểu ban. Tính đến ngày 5/7 đã có gần 800 đại biểu đăng ký tham dự. Thời hạn đăng ký tham dự cũng được Ban Tổ chức gia hạn thêm đến ngày 10/7/2018.

Trong các đại biểu tham dự, có gần 350 đại biểu đăng ký báo cáo (ngắn) ở các tiểu ban:

1. Đại số-Lý thuyết số-Hình học-Tô pô
2. Giải tích
3. Phương trình vi phân và Hệ động lực
4. Toán rời rạc và Cơ sở toán học của Tin học
5. Tối ưu và Tính toán Khoa học
6. Xác suất-Thống kê
7. Ứng dụng Toán học
8. Giảng dạy và Lịch sử Toán học

Các thông tin về khách sạn và địa chỉ một số nhà hàng gần khu vực Trường Đại học Thông tin liên lạc đã được Ban Tổ chức cập nhật trên trang web của Đại hội tại địa chỉ <http://viasm.edu.vn/hdkh/dhthtq2018?userkey=thong-tin-khach-san-va-cac-thong-tin-khac>

## THÔNG BÁO CỦA HỘI ĐỒNG NGÀNH TOÁN CỦA QUỸ NAFOSTED

Hiện nay có nhiều đề tài do Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) tài trợ đến hạn nghiệm thu nhưng còn thiếu công bố trong tạp chí quốc gia có uy tín (Acta Mathematica Vietnamica và Vietnam Journal of Mathematics). Theo quy định của Quỹ, Hội đồng ngành có thể kiến nghị nghiệm thu những đề tài có thành tích công bố quốc

tế xuất sắc nhưng chưa hoàn thành số lượng bài báo đăng ký công bố. Vì đây là những trường hợp đặc biệt, nên Hội đồng ngành thống nhất *có thể xét* nghiệm thu các đề tài còn thiếu bài báo quốc gia có uy tín nếu đề tài có số lượng công bố thuộc danh sách ISI vượt đăng ký công bố ISI của đề tài *từ hai bài trở lên*.

### Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên Hội Toán học Việt Nam về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.

**Các trường hè Toán học trong khuôn khổ Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển toán học giai đoạn 2010-2020** được Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán phối hợp với các cơ quan tiếp tục tổ chức trong hè 2018. Cũng như các năm trước, các trường hè bao gồm trường bồi dưỡng giáo viên và học sinh THPT chuyên Toán, trường hè dành cho sinh viên đại học ngành Toán trên cả nước.

Trường hè Toán học Sinh viên năm nay sẽ được tổ chức tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng từ ngày 8/7 đến

22/7/2018. Có 146 sinh viên đã đăng ký tham dự trường hè. Năm nay, nội dung chương trình của trường hè được bổ sung thêm một số chuyên đề toán nâng cao, chuyên sâu hoặc toán ứng dụng như Các phương pháp lập giải hệ phương trình tuyến tính, Quy hoạch tuyến tính, Lý thuyết mở rộng trường và Hình học affine.

Các trường hè Toán học cho giáo viên, học sinh năm nay thu hút 110 giáo viên và 417 học sinh từ các trường chuyên trong cả nước đăng ký tham dự. Trường

hệ dành cho giáo viên và học sinh sẽ được tổ chức tại ba địa điểm:

1. Trường THPT chuyên Biên Hòa, Hà Nam, từ ngày 9-15/7/2018;
2. Trường THPT chuyên Lương Văn Chánh, Phú Yên, từ ngày 16-22/7/2018;
3. Trường THPT chuyên Lương Thế Vinh, Đồng Nai, từ ngày 23-29/7/2018.

Ngoài các bài giảng của giảng viên, Ban tổ chức cũng khuyến khích các giáo viên đến từ các trường THPT chuyên tham gia đăng ký báo cáo tại khóa bồi dưỡng dành cho giáo viên, số lượng các báo cáo mỗi miền đều tăng nhiều hơn so với các năm trước, tổng số đăng ký báo cáo năm 2018 có 22 bài. Mỗi năm, Khóa bồi dưỡng cho giáo viên tập trung theo các chủ đề trọng tâm như: Tổ hợp và Đại số, Số học và Giải tích, Hình học. . . Năm 2018, chủ đề được chọn là Hình học.

*Trách nhiệm mới*

**TS. Trần Văn Bằng** được Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2 bổ nhiệm Trưởng khoa Toán. TS. Trần Văn Bằng bảo vệ luận án tiến sĩ năm 2006 dưới sự hướng dẫn của GS. TSKH. Trần Đức Vân. Các công trình nghiên cứu của ông thuộc các lĩnh vực Phương trình vi phân và tích phân, Phương trình đạo hàm riêng, Điều khiển tối ưu.

**TS. Huỳnh Quang Vũ** vừa được Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh bổ nhiệm Trưởng Khoa Toán - Tin học nhiệm kỳ 2017-2022. TS. Huỳnh Quang Vũ bảo vệ luận án tiến sĩ năm 2005 tại Đại học Bang New York tại Buffalo dưới sự hướng dẫn của GS. Lê Tự Quốc Thắng. Lĩnh vực quan tâm nghiên cứu hiện nay của ông là hình học và tô pô, đặc biệt là tô pô số chiều thấp.

## Tin toán học thế giới

**Chương trình Hỗ trợ Dự án của IMU-CDC (IMU-CDC PROJECT SUPPORT PROGRAM)** đã được công bố từ 1/6/2018. Ủy ban Các nước đang phát triển (CDC) của Liên đoàn Toán học Quốc tế chủ yếu hỗ trợ các dự án giáo dục và xây dựng năng lực trình độ cao, cũng như các sáng kiến địa phương, vùng miền hoặc quốc tế về toán học và giáo dục toán học ở các nước đang phát triển (xem <https://www.mathunion.org/cdc/grants/project-support-program>).

Trong trường hợp được tài trợ, các khoản tài trợ CDC thông thường sẽ nằm

trong khoảng từ 1.000 đến 5.000 USD. Số tiền chính xác sẽ phụ thuộc vào chất lượng và tác động toán học cũng như các ràng buộc ngân sách. Thời hạn đăng ký các dự án bắt đầu trong năm 2019 là ngày 10/9/2018.

**Năm Sinh học Toán 2018 (Year of Mathematical Biology 2018)** được Hội Toán học Châu Âu đồng tổ chức với Hội Sinh học Lý thuyết và Sinh học Toán ESMTB. Trong cả năm có nhiều hoạt động trên phạm vi Châu Âu liên quan đến sinh học toán, trong đó có Hội nghị Châu Âu về Sinh học Lý thuyết và Sinh

học Toán ở Lisbon, thủ đô Bồ Đào Nha, chương trình một năm về Sinh học Toán ở Viện Mittag-Leffler (Thụy Điển) và rất nhiều sáng kiến và sự kiện khác.

Thông tin thêm về chủ đề Sinh học Toán và các hoạt động trong năm, xem <http://www.euro-math-soc.eu/year-mathematical-biology-2018>

**Nhà toán học gốc Argentina, GS. Luis A. Caffarelli** của Đại học Texas, Austin, Mỹ, đã được trao giải thưởng Shaw mục Toán học năm 2018. Ông đã được trao giải thưởng do những công trình đột phá về phương trình đạo hàm riêng, bao gồm việc xây dựng lý thuyết chính quy cho các phương trình phi tuyến như Monge-Ampère, và những bài toán biên tự do (free-boundary) như bài toán chướng ngại (obstacle problem). Các công trình của ông có ảnh hưởng đến một thế hệ những nhà nghiên cứu trong cùng lĩnh vực. Ngoài giải thưởng Shaw, Luis A. Caffarelli đã được trao nhiều giải thưởng khác trong đó có Leroy P. Steele (2009), Wolf (2012).

**Masaki Kashiwara, Giáo sư tại Viện RIMS, Đại học Kyoto, Nhật Bản**, đã được

trao giải thưởng Kyoto - mục Khoa học Cơ bản - Toán học. Từ những năm 1970 Kashiwara đã nổi tiếng với những đóng góp rộng khắp cho toán học hiện đại, phát triển lý thuyết D-mô đun từ những khái niệm và kết quả cơ sở của lý thuyết này. Các đóng góp đó của ông đã góp phần dẫn đến sự ra đời và phát triển ngành giải tích đại số (algebraic analysis).



Masaki Kashiwara. Nguồn: Internet

Giáo sư Kashiwara từng là đại diện của Viện RIMS, Đại học Kyoto, tham dự lễ ra mắt quốc tế của Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán vào tháng 1/2012.

## Thông tin hội nghị

**Một số phương pháp phân tích thống kê hiện đại và Ứng dụng**

Viện Toán học, 26 - 28/7/2018

Thông tin thêm có thể xem tại địa chỉ <http://math.ac.vn>

**The 10th Japan-Vietnam Joint Seminar on Commutative Algebra**

College of Education, University of Hue, 10-14/9/2018

Japan-Vietnam Joint Seminar (JVS) on

Commutative Algebra is a series of workshops on Commutative Algebras and its interactions to Algebraic Geometry and Combinatorics. The aim is to promote research cooperation in these areas between Japanese and Vietnamese mathematicians.

Registration deadline: July 15, 2018

Website: <http://math.ac.vn/conference/CommutativeAlgebra2018>

Contact: [jvs18@math.ac.vn](mailto:jvs18@math.ac.vn)

**Hội nghị Pháp-Nhật-Việt lần thứ 6 về Lý thuyết kỳ dị** Nha Trang, 15 - 21/9 2018

Hội nghị diễn ra từ 17 đến 21/9 sẽ giới thiệu các kết quả mới nhất cũng như các hướng phát triển gần đây trong lĩnh vực Tô pô, Hình học của Lý thuyết kỳ dị và các ứng dụng của chúng. Hội nghị này nằm trong khuôn khổ Hợp tác quốc tế (GDRI) giữa ba nước Pháp, Nhật Bản và Việt Nam về Lý thuyết kỳ dị. Trong các ngày 15-16/9/2018 sẽ có loạt ba bài giảng của các chuyên gia đầu ngành trong các lĩnh vực trên.

Website:

<http://math.ac.vn/conference/FJV2018>

**The Third Mongolia-Russia-Vietnam Workshop on Numerical Solution of Integral and Differential Equations (NSIDE 2018)**

Hanoi, October 22-27, 2018

The workshop is organized by the Institute of Mathematics (Vietnam Academy of Science and Technology), University of Science (VNU - Hanoi), Institute of Mathematics (National University of Mongolia) and Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory (Siberian Branch of Russian Academy of Sciences)

Registration deadline: August 10, 2018

Website:

<http://math.ac.vn/conference/NSIDE2018>

**Algebraic Geometry in East Asia 2018**  
Institute of Mathematics, Hanoi, 23-26/10/2018.

The conference is organized every two years in the region of East and South-East Asia. Its aim is to discuss on recent developments of algebraic geometry and its related topics and also to promote the collaboration of mathematicians in East Asia. Website:

<http://math.ac.vn/conference/AGEA2018Hanoi>

Contact: [agea2018@math.ac.vn](mailto:agea2018@math.ac.vn)

**International Conference: "Arithmetic Geometry and de Rham Theory"**  
Institute of Mathematics, Hanoi, 03 - 06/12/2018

Website: <http://math.ac.vn/conference/>

Contact: [tthan@math.ac.vn](mailto:tthan@math.ac.vn)

**Vietnam-USA Joint Mathematical Meeting**

Quy Nhon, 10-14/06/2019.

The Vietnam-USA Joint Mathematical Meeting will be organized under the patronage of the American Mathematical Society and the Vietnamese Mathematical Society. This joint meeting is a forum for a rich exchange of ideas, an occasion to strengthen existing cooperations between the two mathematical communities and is a catalyzer for new ideas and new cooperations.

Website address of the Vietnam-USA Joint Mathematical Meeting is

<http://vnus2019.viasm.edu.vn>



## Dành cho các bạn trẻ

LTS: "Dành cho các bạn trẻ" là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.

# Hơn cả một kỳ thi học sinh giỏi <sup>(1)</sup>

**Nguyễn Chu Gia Vượng**

(Viện Toán học - Viện Hàn lâm KHCN Việt Nam)

### 1. ĐÔI NÉT VỀ CUỘC THI CỦA HỌC SINH THPT TRONG KHUÔN KHỔ "OLYMPIC TOÁN HỌC SINH VIÊN VÀ HỌC SINH"

**1.1. Sơ lược về sự ra đời của kỳ thi.** Kể từ năm 1993, hằng năm, Hội Toán học Việt Nam tổ chức kỳ thi "Olympic Toán học sinh viên toàn quốc" dành cho sinh viên các trường đại học và cao đẳng trên phạm vi toàn quốc. Sau hơn hai mươi năm tồn tại và phát triển, kỳ thi đã trở thành sân chơi bổ ích cho các bạn sinh viên của khoảng 80 trường đại học và cao đẳng thuộc đủ mọi miền đất nước. Từ năm 2016, kỳ thi được mở rộng ra cho đối tượng học sinh các trường THPT chuyên và vì thế, kỳ thi được đổi tên thành "Olympic Toán học sinh viên và học sinh".

**1.2. Mô hình tổ chức và cơ cấu giải thưởng.** Mô hình tổ chức của kỳ thi "Olympic Toán học sinh viên và học sinh" có nhiều điểm tương đồng với các kỳ thi Olympic quốc tế truyền thống. Chẳng hạn, hằng năm, kỳ thi diễn ra tại một trường Đại học hoặc Cao đẳng đứng ra đăng cai tổ chức. Tất cả các hoạt động

chính thức của kỳ thi diễn ra trong thời gian khoảng một tuần, bao gồm các hoạt động chuyên môn như thi, chấm thi cũng như các hoạt động giao lưu văn nghệ, thể thao khác. Nếu như ở cuộc thi dành cho sinh viên, các sinh viên được chọn lựa đăng ký tham dự một hoặc hai bài thi, tương ứng với hai môn nền tảng của Toán học cao cấp là "Đại số" và "Giải tích", thì đối với cuộc thi dành cho khối học sinh THPT, mỗi thí sinh được thử thách qua hai bài thi về hai chủ đề khác nhau, mỗi bài 180 phút. Việc chấm thi sau đó được thực hiện bởi các thầy cô giáo phụ trách đoàn. Cơ cấu giải thưởng, được áp dụng chung cho cả kỳ thi dành cho khối sinh viên và kỳ thi dành cho khối học sinh THPT, là khoảng 50% tổng số thí sinh được trao giải chính thức, trong đó tỷ lệ giải nhất, nhì, ba tương ứng là 1: 2 : 3; ngoài ra, Ban tổ chức trao giải khuyến khích cho khoảng 10% tổng số thí sinh. Đặc biệt, với sự ủng hộ của "Quỹ Lê Văn Thiêm", tại mỗi kỳ thi, Ban tổ chức trao các phần thưởng 01 triệu đồng cho khoảng 10 em học sinh có thành tích cao.

<sup>(1)</sup>Bài đăng tại Tạp chí Pi. Tập 2 Số 7 (Tháng 7/2018), 31-35.

1.3. **Triết lý về đề thi.** Nhằm đánh dấu sự khác biệt với các kỳ thi hiện có, mà ở đó mỗi bài thi thường là một tập hợp các bài toán độc lập về các chủ đề khác nhau, mỗi đề thi dành cho học sinh khối THPT tại kỳ thi “Olympic Toán học sinh viên và học sinh” được xây dựng trên cơ sở một vấn đề Toán học cụ thể, có thể là một kết quả cổ điển hay một nghiên cứu mới, và đề thi được cấu trúc theo dạng một chuỗi các câu hỏi có liên quan với nhau. Thông qua mỗi bài thi, thí sinh được giới thiệu một số khía cạnh, từ cơ bản đến nâng cao, liên quan đến chủ đề được chọn lựa. Với cách tiếp cận này, cuộc thi hướng tới hai mục đích chính là phát hiện, vinh danh các em học sinh có năng khiếu về Toán, đồng thời tạo một cầu nối giữa Toán học được giảng dạy ở bậc phổ thông với Toán học ở bậc đại học, thậm chí xa hơn nữa. Hơn nữa, các đề thi được biên soạn sao cho “qua mỗi bài thi, các thí sinh học thêm được một điều gì đó về Toán”.

## 2. ĐỀ THI CỦA KỲ THI NĂM 2018

2.1. **Giới thiệu nội dung đề thi.** Đề thi năm 2018 giới thiệu với các em học sinh phổ thông về **phép biến đổi Abel** và một kết quả trong lý thuyết đồ thị có hướng,

được biết đến dưới tên gọi bình dị là **Định lý gà vua**.

**Công thức tổng Abel**, hay còn được biết đến dưới nhiều tên gọi khác nhau, như công thức tổng từng phần, bổ đề Abel, phép biến đổi Abel, được đặt tên theo tên nhà toán học người Na Uy Niels Hendrik Abel (1802–1829), là một phép biến đổi một tổng của hai dãy hữu hạn thành các tổng khác. Phép biến đổi này, trong một số tình huống, cho phép làm đơn giản các tính toán hay các ước lượng về tổng đã cho. Công thức tổng Abel cũng có thể được coi như phiên bản rời rạc của công thức tích phân từng phần (do đó, có tên gọi công thức tổng từng phần), xuất hiện lần đầu tiên như một bổ đề trong chứng minh của Abel cho một kết quả nổi tiếng sau đây về sự hội tụ của chuỗi lũy thừa tại các điểm cực biên.

**Định lý 1** (Abel, 1826). Giả sử  $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$  là một chuỗi lũy thừa hội tụ với  $|x| < 1$ . Khi đó, nếu chuỗi  $\sum a_n$  hội tụ thì

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n.$$

Nói cách khác, nếu một chuỗi lũy thừa hội tụ tại điểm  $x = 1$  thì giá trị của chuỗi tại  $x = 1$  bằng giới hạn của chuỗi đã cho khi cho  $x$  tiến tới  $1^-$ .



Các đoàn nhận cờ lưu niệm trong Lễ khai mạc kỳ thi năm 2018. Nguồn: Đại học Quảng Bình

Chẳng hạn, xét chuỗi lũy thừa

$$f(x) = \sum_{n \geq 1} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n}.$$

Ta có  $f(x) = \log(1+x)$  với mọi  $x$  mà  $|x| < 1$ .

Mặt khác,  $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  là một chuỗi số đan dấu, hội tụ theo một tiêu chuẩn quen biết. Vì thế, theo kết quả trên đây, ta có công thức

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots = \lim_{x \rightarrow 1^-} \log(1+x) = \log 2.$$

Ở cấp Trung học phổ thông, công thức tổng Abel cũng là một công cụ hữu hiệu để giải quyết một số bài toán thi học sinh giỏi quốc gia hoặc quốc tế.

**Định lý gà vua** là một kết quả sinh ra từ một nghiên cứu về mô hình xã hội loài vật, công bố năm 1953, của nhà toán - sinh học G. H Landau. Như nhiều bạn đọc có thể biết, khi nhốt chung một số con gà chưa quen nhau vào cùng một chuồng, nhiều khả năng sẽ nảy sinh rắc rối. Thông thường, sẽ có một cuộc chiến tranh lộn xộn giữa chúng; trong đó, giữa hai con gà bất kỳ sẽ xác định một quan hệ thắng - thua rõ ràng, thường được quan sát thấy qua việc một con gà mổ vào đầu con gà còn lại. Tuy nhiên, quan hệ thắng - thua này rất hiếm khi có tính chất bắc cầu. Cụ thể là, rất hiếm khi ta gặp một đàn gà mà có một con mổ tất cả các con gà khác trong đàn, con thứ hai mổ tất cả các con gà khác, ngoại trừ con gà đầu tiên, v.v. Trong bối cảnh như vậy, phải chăng có một cách tự nhiên nào đó, chọn ra một con gà mạnh nhất - một con gà vua? Ý tưởng về định nghĩa của gà vua có nguồn gốc từ bài báo khoa học đã nói trên đây của Landau, nhưng không thực sự rõ ràng, và sau đó được một số tác giả

khác trình bày cụ thể hơn trong một số nghiên cứu khác. Đề thi về bài toán con gà được xây dựng dựa trên một bài báo của S. B. Maurer, công bố năm 1980, về chủ đề này. Với một định nghĩa hợp lý cho khái niệm gà vua, đề thi giới thiệu tới các em học sinh kết quả sau đây của Landau.

**Định lý 2** (Landau, 1953). *Trong mọi đàn gà luôn có ít nhất một con gà vua.*

Các khái niệm, kết quả và chứng minh chỉ sử dụng ngôn ngữ đời sống quen thuộc, tất nhiên cùng với các lập luận logic toán học. Khá dễ dàng để mô hình hoá lại các vấn đề toán học đã nêu, thông qua ngôn ngữ đồ thị. Chính dưới góc nhìn này mà vấn đề nêu ra bởi Landau hiện vẫn còn thu hút sự quan tâm của nhiều nhà toán học. Cũng vì thế, ngoài việc dẫn dắt tới kết quả trên đây của Landau, đề thi còn giới thiệu tới các em học sinh một số kết quả của các nhà toán học khác.

**2.2. Đề thi môn Đại số.** Thí sinh được sử dụng kết quả của các câu trước trong chứng minh của câu sau. Nếu một câu được chứng minh không dựa vào kết quả của các câu trước thì có thể dùng để chứng minh các câu trước.

**Biến đổi Abel và một số ứng dụng**

**A. Biến đổi Abel và bất đẳng thức Abel**

Trong các bài toán sau đây, ta cho 2 dãy số thực:  $x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_n$ , ( $n \geq 1$ ). Đặt

$$X_k = x_1 + \dots + x_k, Y_k = y_1 + \dots + y_k,$$

với  $1 \leq k \leq n$ .

**2.2.1. Chứng minh rằng**

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n x_k y_k &= x_n Y_n - \left( \sum_{k=1}^{n-1} (x_{k+1} - x_k) \cdot Y_k \right) \\ &= X_n y_n - \left( \sum_{k=1}^{n-1} (y_{k+1} - y_k) \cdot X_k \right). \end{aligned}$$

(Tổng trên một tập rỗng được quy ước là có giá trị bằng 0, chẳng hạn khi  $n = 0$ , biểu thức trong các dấu ngoặc trên đây bằng 0).

**2.2.2.** Giả sử  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n \geq 0$ . Đặt

$$m = \min_{1 \leq k \leq n} Y_k \text{ và } M = \max_{1 \leq k \leq n} Y_k.$$

Chứng minh rằng

$$x_i \cdot m \leq \sum_{k=1}^n x_k \cdot y_k \leq x_1 \cdot M.$$

**2.2.3.** Cho dãy số thực  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Kí hiệu  $m, M$  như trong 2.2.2. Chứng minh rằng

$$m \leq y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \dots + \frac{1}{n}y_n \leq M.$$

## B. Ứng dụng vào việc tính một số tổng và thiết lập một số đẳng thức

Đặt  $H_0 = 0$  và với mỗi số nguyên dương  $k$ , đặt  $H_k = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k}$ .

**2.2.4.** Chứng minh rằng với mọi số nguyên không âm  $n$ , ta có

- a)  $\sum_{k=0}^n H_k = (n+1) \cdot H_n - n$ .  
 b)  $\sum_{k=0}^n kH_k = \frac{n(n+1)}{2}H_n - \frac{n(n-1)}{4}$ .

**2.2.5.** Cho các số nguyên dương  $n \geq m$ .

Đặt  $T_{m,n} = \sum_{k=m}^n \binom{k}{m} \cdot H_k$ ; trong đó,  $\binom{k}{m}$  là số tổ hợp chập  $m$  của  $k$  phần tử. Hãy tìm một công thức tính  $T_{m,n}$  theo và chỉ theo  $m, n$  và  $H_n$ .

## C. Một số ứng dụng khác

**2.2.6.** Cho dãy số thực  $a_1, a_2, \dots, a_n$  thoả mãn tính chất

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{k} \geq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

với mọi  $1 \leq k \leq n$ .

Chứng minh rằng với mọi dãy số thực  $b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$ , ta có

$$n \sum_{k=1}^n a_k b_k \geq \left( \sum_{k=1}^n a_k \right) \cdot \left( \sum_{k=1}^n b_k \right).$$

**2.2.7.** a) Giả sử  $a_1, a_2, \dots, a_n$  là các số thực dương sao cho  $a_1 a_2 \dots a_n \geq 1$ . Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $p$ , ta có

$$\sum_{k=1}^n a_k^{p+1} \geq \sum_{k=1}^n a_k^p.$$

b) Chứng minh rằng với mọi số thực dương  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{x_2^3}{x_1^3}} + \sqrt{\frac{x_3^3}{x_2^3}} + \dots + \sqrt{\frac{x_1^3}{x_n^3}} \\ \geq \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_3}{x_2} + \dots + \frac{x_1}{x_n}. \end{aligned}$$

**2.2.8.** Xét các số thực dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sao cho

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k \leq \left( \frac{k(k+1)}{2} \right)^2,$$

với mọi  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Tìm giá trị lớn nhất của  $\sqrt[3]{a_1} + \sqrt[3]{a_2} + \dots + \sqrt[3]{a_n}$ .

**2.3. Đề thi môn Tổ hợp.** Thí sinh được sử dụng kết quả của các câu trước trong chứng minh của câu sau. Nếu một câu được chứng minh không dựa vào kết quả của các câu trước thì có thể dùng để chứng minh các câu trước.

### Bài toán về đàn gà

**Mô tả bài toán.** Người ta nhận thấy rằng giữa hai con gà  $G_1, G_2$  khác nhau trong một đàn gà bất kỳ, luôn có một quan hệ thắng - thua xác định: hoặc là  $G_1$  thắng  $G_2$ , hoặc là  $G_2$  thắng  $G_1$  (chỉ một trong hai khả năng). Một con gà  $K$  trong đàn được gọi là vua, nếu với mọi con gà  $G$  khác của đàn, hoặc là  $K$  thắng  $G$ , hoặc là

$K$  thua  $G$  nhưng có một con gà  $G'$  trong đàn sao cho  $K$  thắng  $G'$  và  $G'$  thắng  $G$ . Một con gà được gọi là **hoàng đế**, nếu nó thắng mọi con gà khác trong đàn. Các bài toán sau đây quan tâm đến số vua có thể có trong một đàn gà.

### A. Sự tồn tại của gà vua

**2.3.1.** a) Chứng minh rằng không có đàn gà nào có nhiều hơn một hoàng đế.

b) Nêu ví dụ về một đàn gà có một hoàng đế.

c) Nêu ví dụ về một đàn gà không có hoàng đế.

**2.3.2.** Xét một đàn gà bất kỳ và một con gà  $G$  của nó.

a) Giả sử  $G$  thắng nhiều con gà nhất trong đàn. Chứng minh rằng  $G$  là một vua của đàn.

(Nói riêng, mọi đàn gà không rỗng đều có ít nhất một vua).

b) Giả sử  $G$  thua một con gà nào đó trong đàn. Chứng minh rằng  $G$  thua một vua nào đó trong đàn.

**2.3.3.** Chứng minh rằng nếu một đàn gà ( $\geq 3$  con) không có hoàng đế thì phải có ít nhất ba vua.

### B. Một đàn gà có thể có bao nhiêu vua?

**2.3.4.** Chứng minh rằng không có đàn gà nào có đúng hai vua.

**2.3.5.** Cho số nguyên dương  $n$ . Chứng minh rằng nếu tồn tại một đàn gà  $n$  con mà tất cả đều là vua thì cũng tồn tại một đàn gà  $n + 2$  con mà tất cả đều là vua.

**2.3.6.** Chứng minh rằng không có đàn gà 4 con nào mà tất cả đều là vua.

**2.3.7.** Hãy đưa ra ví dụ về một đàn gà 6 con mà tất cả đều là vua.

**2.3.8.** Cho các số nguyên dương  $k \leq n$ . Chứng minh rằng tồn tại một đàn gà  $n$  con, trong đó có đúng  $k$  vua, trừ hai trường hợp:  $k = 2, n \geq 2$  (bất kỳ) và  $k = n = 4$ .

### C. Sắp thứ tự đàn gà

**2.3.9.** Cho một đàn gà có  $n \geq 2$  con. Chứng minh rằng có thể đánh số các con gà từ 1 đến  $n$  sao cho với mọi  $k = 1, 2, \dots, n - 1$  thì con số  $k$  thắng con số  $k + 1$  và hơn nữa, nếu bỏ các con số  $1, 2, \dots, k$  ra khỏi đàn gà thì con số  $k + 1$  là một vua trong đàn gà còn lại.

### 3. DANH SÁCH CÁC HỌC SINH ĐẠT GIẢI TẠI KỲ THI NĂM 2018

Tại kỳ thi năm nay (2018), ngưỡng điểm cho các giải nhất, nhì, ba tương ứng là 45/60; 37,5/60 và 33,5/60. Ban tổ chức cuộc thi đã trao:

◇ **Sáu giải Nhất:** *Bùi Tân* (THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ); *Phan Việt Hoàng* (THPT chuyên Đại học Vinh); *Hồ Việt Đức Lương, Vũ Đức Vinh* (THPT chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An); *Phan Lộc Sơn* (THPT chuyên Lê Quý Đôn, Bình Định); *Nguyễn Thị Tố Uyên* (THPT chuyên Hà Tĩnh).

◇ **Chín giải Nhì:** *Nguyễn Thị Linh Chi, Phan Đình Minh Quân* (THPT chuyên Hà Tĩnh); *Trần Quốc Hoàn, Nguyễn Phi Hùng* (THPT chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Bình); *Nguyễn Ngọc Kim Ngân, Quách Minh Tuấn* (THPT chuyên Lương Thế Vinh, Đồng Nai), *Trần Hiếu* (THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ), *Võ Thực Khánh Huyền* (THPT chuyên Lê Quý Đôn, Quảng Trị), *Hồ Công Thành* (THPT chuyên Đại học Vinh).

◇ **Mười bốn giải Ba:** *Phan Nhật Huy, Trần Anh Quốc* (THPT chuyên Phan Bội

Châu, Nghệ An); *Lê Thảo Huyền, Hồ Trần Duy Linh, Đàm Thị Xuân Ý* (THPT chuyên Nguyễn Bình Khiêm, Quảng Nam); *Lê Đình Hiếu* (THPT chuyên Đại học Vinh); *Trần Trung Tuấn* (THPT chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Bình); *Đào Thu Huyền* (THPT chuyên Lương Thế Vinh, Đồng Nai); *Lê Trung Hiếu, Hoàng Trọng Vũ* (THPT chuyên Lê Quý Đôn, Quảng Trị); *Nguyễn Đăng Anh Khoa, Đặng Thành Lâm* (THPT chuyên Lê Quý Đôn, Bình Định); *Nguyễn Sỹ Huân, Phạm Công Tài* (THPT chuyên Hà Tĩnh).

◊ Ngoài ra, **bốn giải Khuyến khích**: *Trần Tử Quân* (THPT chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An), *Lê Trường Sơn* (THPT chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Bình), *Phạm Vĩnh Khang* (THPT chuyên Nguyễn Đình Chiểu, Đồng Tháp), *Nguyễn Thành* (THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ).

#### 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN ĐỀ NGHỊ

Các bài toán sau đây nằm trong số các bài toán được đề xuất cho kỳ thi năm 2018, nhưng không được sử dụng làm bài thi chính thức. Bạn đọc hứng thú với các vấn đề trong đề thi có thể thử sức mình!

**4.1.** Cho  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$  là các số thực có tổng bằng 0 và tổng các giá trị tuyệt đối bằng 1. Chứng minh rằng

$$\left| \frac{x_1}{1} + \frac{x_2}{2} + \dots + \frac{x_{100}}{100} \right| \leq \frac{99}{200}.$$

**4.2.** Chứng minh rằng với mọi số nguyên  $n > 0$  và mọi số thực  $x$ , có bất đẳng thức

$$\left| \sum_{k=1}^n \frac{\sin kx}{k} \right| \leq 2\sqrt{\pi}.$$

**4.3.** Tại một giải đấu cờ, hai kỳ thủ bất kỳ đấu với nhau đúng một trận và không có kết quả hòa. Chứng minh rằng sau giải đấu, ban tổ chức có thể xếp các kỳ thủ thành một hàng dọc sao cho mỗi kỳ thủ đều thắng kỳ thủ ngay sau mình.

**4.4.** Tại một giải đấu cờ, hai kỳ thủ bất kỳ đấu với nhau đúng một trận và không có kết quả hòa. Sau khi giải đấu kết thúc, người ta nhận thấy rằng không thể phân chia các kỳ thủ thành hai nhóm khác rỗng sao cho mỗi kỳ thủ của một trong hai nhóm thắng mọi kỳ thủ của nhóm còn lại. Chứng minh rằng ban tổ chức có thể xếp các kỳ thủ thành một vòng tròn sao cho mỗi kỳ thủ đều thắng kỳ thủ đứng kế bên mình theo chiều kim đồng hồ.



Các đoàn dự Lễ trao giải và bế mạc kỳ thi năm 2018 tại Trung tâm hội nghị Tỉnh Quảng Bình.

Nguồn: Đại học Quảng Bình





## THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 22 SỐ 2 (2018)

<b>Vai trò của Toán học ngày nay</b> .....	1
<i>Lưu Hoàng Đức dịch</i>	
<b>Joseph Fourier vẫn còn đang làm thay đổi khoa học</b> .....	6
Martin Koppe <i>Phan Đình Phùng và Nguyễn An Khương dịch</i>	
<b>Charles M. Stein và phương pháp Stein</b> .....	12
Trần Lộc Hùng và Nguyễn Tấn Nhật	
<b>Nguyễn Trọng Toán nhận giải thưởng Centennial Fellowship năm 2018 -2019 của Hội Toán học Mỹ</b> .....	17
Elaine Kehoe <i>Trịnh Thanh Đèo dịch</i>	
<b>Thông tin về Đại hội Toán học Việt Nam lần thứ 9</b> .....	18
<b>Thông báo của Hội đồng ngành Toán của Quỹ NAFOSTED</b> .....	19
<b>Tin tức hội viên và hoạt động toán học</b> .....	19
<b>Tin toán học thế giới</b> .....	20
<b>Thông tin hội nghị</b>	
<i>Dành cho các bạn trẻ</i>	
<b>Hơn cả một kỳ thi học sinh giỏi</b> .....	23
Nguyễn Chu Gia Vượng	