

Hội Toán Học Việt Nam



# THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 6 Năm 2021

Tập 25 Số 2



# THÔNG TIN TOÁN HỌC

Newsletter of the Vietnamese Mathematical Society

## TỔNG BIÊN TẬP

ĐOÀN TRUNG CƯỜNG, Viện Toán học, Viện  
HLKHCN Việt Nam (dtrucuong@math.ac.vn)

## PHÓ TỔNG BIÊN TẬP

NGUYỄN THỊ LÊ HUƠNG, Hội Toán học Việt Nam  
(ntlhuong@viasm.edu.vn)

## THƯ KÝ

NGUYỄN ĐĂNG HỢP, Viện Toán học, Viện HLKHCN  
Việt Nam (ngdhop@gmail.com)

## BAN BIÊN TẬP

NGÔ QUỐC ANH, ĐH Khoa học Tự nhiên, ĐHQG  
Hà Nội (bookworm\_vn@yahoo.com)

PHAN THỊ HÀ DƯƠNG, Viện Toán học, Viện  
HLKHCN Việt Nam (phanhaduong@math.ac.vn)

NGUYỄN ĐĂNG HỒ HẢI, ĐH Khoa học, ĐH Huế  
(ndhohai@yahoo.com)

NGÔ HOÀNG LONG, ĐH Sư phạm Hà Nội  
(ngolong@hnue.edu.vn)

ĐỖ ĐỨC THUẬN, ĐH Bách khoa Hà Nội  
(ducthuank7@gmail.com)

NGUYỄN CHU GIA VƯỢNG, Viện Toán học, Viện  
HLKHCN Việt Nam (ncgvuong@math.ac.vn)

Bìa 1. Elias M. Stein (1931–2018). Ảnh: Đại học  
Princeton.

## THỂ LỆ GỬI BÀI

Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học.

Bài viết xin gửi về tòa soạn theo địa chỉ email của một trong các biên tập viên, hoặc địa chỉ bưu điện ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode. Tòa soạn khuyến khích các tác giả sử dụng chương trình soạn thảo Latex và gói tiếng Việt vntex.

## ĐỊA CHỈ BƯU ĐIỆN

Bản tin **Thông Tin Toán Học**,  
Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học  
và Công nghệ Việt Nam,  
18 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy,  
10307 Hà Nội

© Hội Toán Học Việt Nam

BẢN ĐIỆN TỬ CỦA TẤT CẢ CÁC SỐ TẠP CHÍ  
CÓ THỂ TRUY CẬP TỪ TRANG MẠNG CỦA  
HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM  
[www.vms.org.vn](http://www.vms.org.vn)

# VỀ CÁC BÁO CÁO TOÀN THỂ TẠI ĐẠI HỘI TOÁN HỌC QUỐC TẾ NĂM 2022

Đào Phương Bắc<sup>(1)</sup>

Đại hội Toán học Quốc tế (International Congress of Mathematicians – ICM) được tổ chức 4 năm một lần là sự kiện quan trọng hàng đầu của cộng đồng Toán học. Sau “chiến dịch tranh cử” của những nhà toán học Nga đứng đầu là hai huy chương Fields A. Okounkov và S.K. Smirnov, nước Nga đã giành quyền đăng cai ICM. Đại hội sắp tới sẽ được tổ chức tại thành phố cổ kính Saint Petersburg từ ngày 6 đến 14 tháng 7 năm 2022. Như thường lệ, danh sách các huy chương Fields và các báo cáo mời phiên toàn thể sẽ được quan tâm nhất. Về nguyên tắc danh sách các huy chương Fields sẽ được giữ bí mật đến phiên khai mạc, trong khi đó tháng 6 vừa rồi danh sách các báo cáo mời phiên toàn thể đã được công bố với 21 báo cáo cả thảy. Những báo cáo tại ICM (ở phiên toàn thể lẫn ở các tiểu ban) sẽ không chỉ đem lại vinh dự cho người trình bày mà cho cả cơ quan công tác của mình. Không nhiều người có vinh dự được đọc báo cáo toàn thể ít nhất 2 lần. Danh sách các nhà toán học có được vinh dự to lớn được đọc ít nhất 2 báo cáo toàn thể, dù không đoạt Huy chương Fields, tính từ 1936<sup>(2)</sup> đến nay, được cho trong Bảng 1 dưới đây. Danh sách những người được mời báo cáo nhiều lần tại ICM có thể tham khảo trên Wikipedia<sup>(3)</sup>.

Sau đây tôi xin giới thiệu sơ bộ về danh sách các báo cáo viên được mời đọc phiên

toàn thể vào đại hội năm tới tại Saint Petersburg.

1) **Michel Van den Bergh**: Ông công tác tại Đại học Tự do Brussels, Đại học Hasselt, và Quỹ nghiên cứu Flander của Vương quốc Bỉ. Van den Bergh được biết đến từ lâu như một chuyên gia đầu ngành về hình học đại số không giao hoán và nhiều khía cạnh khác nhau có liên quan đến lý thuyết này. Hiện ông là một trong những người đi tiên phong trong nghiên cứu bài toán giải kỳ dị của những đa tạp đại số không giao hoán, nói riêng là kỳ dị của đa tạp thương dưới tác động của nhóm reductive. Ông đã một lần được mời đọc báo cáo ở tiểu ban vào năm 1994. Vào khoảng thời gian trước năm 1994, ông nghiên cứu nhiều về lý thuyết bất biến. Một trong những kết quả quan trọng mà M. Van den Bergh thu được là tính Cohen-Macaulay của môđun đối bất biến dưới tác động của nhóm reductive (Invent. Math. 1991).

2) **Mladen Bestvina**: Ông là nhà toán học gốc Croatia, là giáo sư đặc biệt tại Đại học Utah (Mỹ). Từ khi còn là học sinh phổ thông M. Bestvina đã 3 lần dự thi Olympic Toán Quốc tế (IMO) trong thành phần đội tuyển Nam Tư. Hiện tại M. Bestvina là chuyên gia hàng đầu về lý thuyết nhóm hình học, nói riêng là ánh xạ nhóm lớp và nhóm tự đẳng cấu của nhóm tự do, và những liên quan của nó

<sup>(1)</sup>Khoa Toán-Cơ-Tin học, Đại học KHTN, ĐHQG Hà Nội. Email: bacdp@vnu.edu.vn

<sup>(2)</sup>Năm 1936 là năm đầu tiên trao các Huy chương Fields. Chúng tôi dựa trên thông tin từ trang <https://www.mathunion.org/icm-plenary-and-invited-speakers>.

<sup>(3)</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_International\\_Congresses\\_of\\_Mathematicians\\_Plenary\\_and\\_Invited\\_Speakers](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_International_Congresses_of_Mathematicians_Plenary_and_Invited_Speakers).

với tôpô hình học nói chung. Trong số nhiều đóng góp của ông cho lý thuyết nhóm hình học, một kết quả nổi tiếng của ông và các cộng sự<sup>(4)</sup> khẳng định nhóm các tự đẳng cấu ngoài  $\text{Out}(F_n)$  của nhóm tự do trên  $n$  phần tử thỏa mãn tính chất thay phiên Tits (Tits' alternative). Tính chất thay phiên Tits khẳng định mọi nhóm tuyến tính hữu hạn sinh trên trường đều chứa một nhóm con giải được chỉ số hữu hạn, hoặc chứa một nhóm con tự do không abel. Việc tìm hiểu nhóm các tự đẳng cấu của một đối tượng đại

số-hình học cho trước có thỏa mãn tính chất thay phiên Tits hay không gần đây đã nhận được quan tâm của nhiều nhà toán học nổi tiếng trong đó có GS. Đinh Tiến Cường. Kết quả quan trọng gần đây của M. Bestvina khẳng định giả thuyết Farrell-Jones cho ánh xạ nhóm lớp (viết với A. Barts, Invent. Math. 2019). Ông đã được mời đọc báo cáo tại tiểu ban tôpô ở ICM năm 2002 tại Bắc Kinh. Ngoài ra, vào năm 2012, M. Bestvina được bầu làm thành viên danh dự (fellow) của Hội Toán học Hoa Kỳ.

BẢNG 1. Các nhà toán học dù không đoạt Huy chương Fields nhưng đọc ít nhất hai báo cáo toàn thể tại các ICM từ 1936 đến 2018

STT	Nhà toán học	Quốc tịch	Năm được mời
1	Israel M. Gel'fand (1913-2009)	Liên Xô	1954, 1962, 1970
2	Norbert Wiener (1894-1964)	Hoa Kỳ	1936, 1950
3	John von Neumann (1903-1957)	Hungary – Hoa Kỳ	1950, 1954
4	Shiing-Shen Chern (1911-2004)	Trung Quốc – Hoa Kỳ	1950, 1970
5	Harish-Chandra (1923-1983)	Ấn Độ – Hoa Kỳ	1954, 1966
6	André Weil (1906-1998)	Pháp	1954, 1978
7	Lev Pontryagin (1908-1988)	Liên Xô	1958, 1970
8	Jacques Tits (1930-)	Bỉ – Pháp	1962, 1974
9	Elias M. Stein (1931-2018)	Hoa Kỳ	1970, 1986
10	Vladimir Arnol'd (1937-2010)	Liên Xô	1974, 1983
11	Saharon Shelah (1945-)	Israel	1983, 1986
12	Yum-Tong Siu (1943-)	Trung Quốc – Hoa Kỳ	1983, 2002
13	Richard Schoen (1950-)	Hoa Kỳ	1986, 2010
14	Jürg Fröhlich (1946-)	Thụy Sĩ	1986, 1994

3) **Bhargav Bhatt**: Dù còn khá trẻ (sinh năm 1983), Bhatt đã là giáo sư đặc biệt có tên Gehring tại Đại học Michigan, Ann Arbor. Anh là chuyên gia xuất sắc về hình học đại số, đặc biệt là liên hệ của nó với lý thuyết số, đại số giao hoán, và tôpô đại

số. Một lĩnh vực mà các chuyên ngành trên có liên hệ qua lại rất nhiều là lý thuyết Hodge  $p$ -adic (lý thuyết về phân loại các biểu diễn Galois  $p$ -adic). Những liên hệ đó được cho thông qua khái niệm

<sup>(4)</sup>M. Bestvina, M. Feighn, M. Handel (2000). "The Tits alternative for  $\text{Out}(F_n)$  I: Dynamics of exponentially-growing automorphisms". *Annals of Mathematics*. **151** (2): 517–623.



HÌNH 1. Từ trái sang phải, hàng trên: Michel Van Den Bergh, Mladen Bestvina, Bhargav Bhatt. Hàng dưới: Kevin Buzzard, Frank Calegari, Tobias Colding. Ảnh nguồn: Internet.

đôi đồng điều lăng kính (prismatic cohomology) do B. Bhatt và P. Scholze (Huy chương Fields 2018) hợp tác phát hiện ra. Nhiều công trình quan trọng của anh là kết quả của sự hợp tác với P. Scholze. Một công trình quan trọng của riêng anh là một chứng minh khác với chứng minh của Y. André về giả thuyết hạng tử trực tiếp trong đại số giao hoán (Invent. Math. 2018). Liên quan đến công trình này, một công trình cũng của riêng anh in ở *Compositio Mathematica* năm 2012 đã được trao Giải thưởng *Compositio* (giải thưởng được trao 3 năm một lần cho một bài báo in ở *Compositio Mathematica*). Anh đồng thời là thành viên danh dự của Hội Toán học Hoa Kỳ, được nhận học bổng (cũng có thể xem là giải thưởng) của Quỹ Packard, Giải thưởng của Quỹ nghiên cứu Simons (Simons Investigator)

và Giải thưởng Chân trời mới trong hệ thống Giải thưởng Đột phá (New Horizons Breakthrough Prizes).

4) **Kevin Buzzard:** Ông là giáo sư tại Đại học Hoàng gia Luân Đôn, và là học trò của Richard Taylor (người từng cộng tác với A. Wiles trong việc giải bài toán Fermat). Trước đây ông chủ yếu nghiên cứu về hình học đại số số học và giành được Giải thưởng Berwick Senior của Hội Toán học Luân Đôn vào năm 2008 cho công trình nghiên cứu về các đa tạp riêng và họ các dạng tự đẳng cấu. Gần đây, giống như Thomas Hales (người giải quyết bài toán xếp cầu của Kepler), ông quan tâm đến việc kiểm tra những chứng minh hình thức bằng máy tính. Nhiều khả năng báo cáo mời của ông lần này dành cho chủ đề nói trên.

5) **Frank Calegari:** Ông là giáo sư toán học tại Đại học Chicago. Các mối quan tâm nghiên cứu của ông xoay quanh lý thuyết số học của các dạng modular, bao gồm câu hỏi về liên hệ qua lại giữa chương trình Langlands và đối đồng điều của các nhóm số học, cũng như biểu diễn Galois. Đóng góp quan trọng của ông cùng với D. Geraghty cho định lý nâng modular với một lớp rộng các trường hợp mà phương pháp cũ của Taylor-Wiles-Kisin không áp dụng được (Invent. Math. 2018). Theo hướng này, cùng với 9 tác giả tên tuổi khác (trong đó có P. Scholze, R. Taylor, Lê Hùng Việt Bảo)<sup>(5)</sup>, F. Calegari viết một tiền án phẩm nổi tiếng dài gần 200 trang chứng minh định lý nâng modular trong tình huống tổng quát. Ông là thành viên danh dự của Hội Toán học Hoa Kỳ và giành giải thưởng nghiên cứu của Viện Toán học Hoa Kỳ (American Institute of Mathematics) cho phép nghiên cứu tại các trung tâm toán học hàng đầu trong vòng 5 năm. Đặc biệt, ông có một người anh em là Danny Calegari hiện cũng đang là giáo sư ở Đại học Chicago, là một chuyên gia về lý thuyết nhóm hình học và tô pô của các đa tạp chiều thấp. Danny Calegari cũng được mời đọc báo cáo ở Tiểu ban Hình học tại Đại hội lần này.

6) **Tobias Colding:** Ông hiện là giáo sư đặc biệt mang tên Cecil và Ida Green tại Viện Công nghệ Massachusetts (MIT). Trước khi nhận vị trí giáo sư đặc biệt, T. Colding đã là giáo sư chính thức của MIT từ năm 2005, sau một thời gian làm nghiên cứu ở viện nghiên cứu toán học nổi tiếng mang tên Courant ở Đại học Newyork. Lĩnh vực nghiên cứu của T. Colding là giải tích hình học (geometric analysis) và các lĩnh vực liên quan. Cụ thể hơn là những nghiên cứu về đa

tạp và không gian với độ cong Ricci bị chặn, metric Einstein, hàm điều hòa, hàm riêng và phương trình truyền nhiệt trên đa tạp, mặt cực tiểu,... Ông là thành viên nước ngoài của Viện Hàn lâm Khoa học Hoàng gia Đan Mạch từ năm 2006, giáo sư danh dự tại Đại học Copenhagen từ 2006, và được bầu là Viện sĩ của Viện Hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Hoa Kỳ năm 2008. Năm 2010, T. Colding nhận Giải thưởng Oswald Veblen của Hội Toán học Hoa Kỳ về hình học, cùng với William P. Minicozzi II, "do những nghiên cứu sâu sắc về mặt cực tiểu" thông qua một chuỗi các bài báo dài in ở Ann. Math. Năm 2016, ông được trao Giải thưởng Nghiên cứu của Quỹ Carlsberg "cho nghiên cứu đột phá trong hình học vi phân và giải tích hình học".

7) **Weinan E:** Ông là giáo sư tại Khoa Toán học và Chương trình Toán học Tính toán và Toán ứng dụng tại Đại học Princeton, đồng thời là giáo sư thỉnh giảng tại Đại học Bắc Kinh. Lĩnh vực nghiên cứu của ông bao gồm học máy và tính toán khoa học, với các ứng dụng trong hóa học, khoa học vật liệu và cơ học chất lỏng. Ông là thành viên của Viện Hàn lâm Khoa học Trung Quốc và giành một số giải thưởng quan trọng về ứng dụng như Giải thưởng ICIAM Collatz, Giải SIAM-ETH Peter Henrici cũng như Giải Gordon-Bell của Hiệp hội Máy tính Hoa Kỳ (Association for Computing Machinery – ACM).

8) **Craig Gentry:** Ông là một thành viên nghiên cứu tại Quỹ Algorand. Ông làm việc chủ yếu về lý thuyết mật mã và độ phức tạp tính toán. Những nghiên cứu của ông và các cộng sự có rất nhiều ứng dụng trong như điện toán đám mây. Với những công trình của mình, ông đã giành được giải thưởng cho luận án tiến

<sup>(5)</sup><http://www.math.uchicago.edu/~fcale/papers/Ramanujan.pdf>

sĩ và Giải thưởng Grace Murray Hopper của Hiệp hội Máy tính Hoa Kỳ.

9) **Alice Guionnet:** Bà là nhà toán học người Pháp, làm việc trong lĩnh vực lý thuyết xác suất và cụ thể hơn nữa là cơ học thống kê, lý thuyết ma trận ngẫu nhiên và xác suất tự do. Bà là nghiên cứu viên tại Trung tâm Nghiên cứu Khoa học Quốc gia Pháp từ năm 1993, là học giả Miller tại Berkeley vào năm 2005, và là

giáo sư tại Viện Công nghệ Massachusetts trong các năm 2012-2015. Sau khi rời MIT, bà hiện là Giám đốc Nghiên cứu của Trung tâm Nghiên cứu Khoa học Quốc gia Pháp tại ENS Lyon. Đặc biệt bà hiện là Viện sĩ của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp (một vị trí rất danh giá mà ít người có được!). Bà từng đoạt giải thưởng Oberwolfach, và một số giải thưởng uy tín trong lý thuyết xác suất như giải Rollo Davidson, giải Loeve.



HÌNH 2. Từ trái sang phải, hàng trên: Weinan E, Craig Gentry, Alice Guionnet. Hàng dưới: Larry Guth, Svetlana Jitomirskaya, David Kazhdan. Ảnh nguồn: Internet.

10) **Larry Guth:** L. Guth còn khá trẻ (sinh năm 1977). Anh là giáo sư đặc biệt mang tên Claude Shannon tại Viện Công nghệ Massachusetts. Hướng nghiên cứu của anh là hình học metric (nghiên cứu các bất đẳng thức về độ dài, diện tích và thể tích), giải tích điều hòa và tổ hợp cực trị (extremal combinatorics).

Những nghiên cứu đó liên quan đến bài toán Kakeya trong hình học Euclid liên hệ các ước lượng trong giải tích Fourier và những ước lượng trong tổ hợp cực trị. Theo hướng này, anh đã chứng minh một trường hợp quan trọng của giả thuyết Kakeya đa tuyến tính đưa ra bởi Bennett-Carbery-Tao (Acta Math. 2010). Điều đặc

biệt là chứng minh có dùng công cụ của một ngành khác là tô pô đại số. Ngoài ra một công trình tiêu biểu khác của anh là: cùng với Nets Katz cho lời giải bài toán của Erdős về các khoảng cách phân biệt trên mặt phẳng (Ann. Math. 2015). Nhờ công trình này, Larry Guth và Nets Katz đã nhận được giải thưởng nghiên cứu Clay. Ngoài ra, anh đã nhận được giải thưởng Bôcher về giải tích của Hội Toán học Hoa Kỳ năm 2020, giải thưởng Maryam Mirzakhani của Viện Hàn lâm Khoa học Quốc gia Hoa Kỳ năm 2020 vì “đã phát triển các liên hệ đáng kinh ngạc, độc đáo và sâu sắc giữa hình học, giải tích, tô pô và tổ hợp, để dẫn đến lời giải hoặc những tiến bộ to lớn cho nhiều vấn đề quan trọng trong các lĩnh vực này”. Một chi tiết sau cũng rất đặc biệt: Larry Guth là con trai của một nhà vật lý rất nổi tiếng cũng công tác tại MIT là Alain Guth, người được biết đến với lý thuyết về vũ trụ lạm phát (the theory of inflation in cosmology).

11) **Svetlana Jitomirskaya:** Bà là giáo sư đặc biệt tại Đại học California, Irvine. Thuở nhỏ, bà lớn lên ở Kharkov, Ukraine, bắt đầu từ đại học, bà theo học tại Đại học Tổng hợp Moskva (MGU) và bảo vệ luận án tiến sĩ với nhà toán học nổi tiếng Y. Sinai. Mỗi quan tâm của S. Jitomirskaya bao gồm lý thuyết phổ của các toán tử Schrödinger và các câu hỏi có liên quan trong giải tích điều hòa, hệ động lực, và xấp xỉ Diophant. Bà được biết đến với những công trình tiên phong về toán tử tựa tuần hoàn, nói riêng là phát triển các phương pháp không nhiều đầu tiên trong nghiên cứu mẫu số nhỏ và khám phá các dịch chuyển phổ số học. Một trong những công trình rất nổi tiếng của bà viết chung với A. Avila (Huy chương Fields 2014) hoàn tất chứng minh bài toán “Ten Martini Problem” trong lý thuyết hệ động lực

(Ann. Math. 2009). Bà là thành viên của Viện Hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Hoa Kỳ và nhận giải thưởng Ruth Lyttle Satter của Hội Toán học Hoa Kỳ cho các nhà toán học nữ xuất sắc năm 2005, và giải APS & AIP Dannie Heineman năm 2020 về Vật lý toán của Hội Vật lý Hoa Kỳ (American Physical Society – APS) và Viện Vật lý Hoa Kỳ (American Institute of Physics – AIP). Bà cũng được mời đọc báo cáo tại một số hội nghị quan trọng như ICM 2002 và đặc biệt gần đây là hội nghị Current Developments in Mathematics 2019 (CDM) tổ chức bởi hai đại học Harvard và MIT. Các sở thích khác của bà bao gồm bơi lội trong nước lạnh, thơ ca Nga, cũng như phát hiện và bồi dưỡng những nhà toán học trẻ tài năng.

12) **David Kazhdan:** Ông là giáo sư nổi tiếng tại Đại học Hebrew ở Jerusalem, Israel, đồng thời là giáo sư danh dự (Professor Emeritus) tại Đại học Harvard. Lĩnh vực nghiên cứu chính của ông là lý thuyết biểu diễn và các liên hệ của nó với các lĩnh vực toán học khác. Khi còn là sinh viên Đại học Tổng hợp Moskva (MGU) vào những năm 60 của thế kỷ trước, D. Kazhdan (khi đó vẫn còn mang tên là Dmitry hay Dima Kazhdan) cùng với G. Margulis (Huy chương Fields năm 1978) đã có được kết quả quan trọng về nhóm con rời rạc của nhóm Lie nửa đơn. Ngay lập tức kết quả này đã được A. Borel giới thiệu ở Seminar Bourbaki. Cùng khoảng thời gian đó ông được biết đến với việc khám phá ra tính chất Kazhdan hay còn gọi là tính chất  $T$  cho một lớp nhóm compact địa phương. Tính chất này có nhiều ứng dụng trong lý thuyết biểu diễn, lý thuyết đàn, ... Sau đó, khi làm giáo sư tại ĐH Harvard, ông đã có rất nhiều kết quả quan trọng trong một loạt công trình hợp tác với George Lusztig (chuyên gia hàng đầu về lý thuyết biểu



diễn công tác tại MIT). Cụ thể hơn, trong loạt bài đầu tiên, hai nhà toán học này đã giới thiệu đa thức Kazhdan-Lusztig, trong loạt bài thứ hai, họ đã phân loại các biểu diễn bất khả quy của đại số affine Hecke một cách hình học, do đó chứng minh một trường hợp đặc biệt của giả thuyết Deligne-Langlands địa phương, và trong loạt bài thứ ba, họ đã thiết lập mối liên hệ giữa các biểu diễn của nhóm lượng tử và đại số Lie affine, được thúc đẩy bởi các xây dựng trong lý thuyết trường bảo giác 2 chiều. Một điều đặc biệt là mặc dù từng bị tai nạn ô tô đâm vào năm

2013 và hiện đã 75 tuổi, nhưng trong những năm vừa qua ông cộng tác và viết khá nhiều công trình với những nhà toán học tài năng khác như R. Bezrukavnikov, P. Etingof, E. Frenkel, ... D. Kazhdan đã được trao Giải thưởng (Dự án) rất danh giá của Quỹ MacArthur từ năm 1990 đến năm 1995. Ông là viện sĩ của Viện Hàn lâm Khoa học Hoa Kỳ từ năm 1990, của Viện Hàn lâm Khoa học Israel từ 2006 và của Viện Hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Hoa Kỳ từ 2008. Năm 2012, ông đã được trao Giải thưởng Israel, và năm 2020 ông nhận được Giải thưởng Shaw về toán học cùng với A. Beilinson.



HÌNH 3. Từ trái sang phải, hàng trên: Igor Krichever, Alexander Kuznetsov, Camillo De Lellis. Hàng dưới: Frans Pretorius, Laure Saint-Raymond, Scott Sheffield. Ảnh nguồn: Internet.

13) **Igor Krichever**: Ông là viện trưởng sáng lập của Trung tâm Nghiên cứu Cao cấp tại Viện Khoa học và Công nghệ

Skolkov (Moskva), có vị trí giáo sư toán tại Đại học Columbia, New York, và ông là cố vấn học thuật của chương trình “Toán

học và Vật lý toán” tại Trường Kinh tế Cao cấp Moskva (HSE). Các nghiên cứu của I. Krichever nằm giữa hình học đại số và vật lý toán. Có thể điều đó bắt nguồn từ khi S.P. Novikov chuyển sang nghiên cứu vật lý toán sau khi giành Huy chương Fields, và I. Krichever là một trong những học trò đầu tiên của Novikov theo hướng này. Mỗi quan tâm chính của Krichever là lý thuyết về các hệ khả tích và ứng dụng của chúng. Đặc biệt, ông được biết đến với việc phát triển một sơ đồ tích phân đại số-hình học của các phương trình soliton phi tuyến dựa trên khái niệm hàm Baker-Akhiezer, và chứng minh giả thuyết 3-cát tuyến (trisecant), đưa ra một lời giải cho bài toán Riemann-Schottky cổ điển về đặc trưng các đa tạp Jacobi trong số các đa tạp abel phân cực. Ngoài ra cùng với S. Grushevsky, ông đã giải quyết vấn đề cổ điển, được đưa ra từ thế kỷ 19, về đặc trưng của đa tạp Prym. Vì những kết quả của mình, ông đã được trao Giải thưởng của Hội Toán học Moskva cho các nhà toán học trẻ, được mời đọc báo cáo tại ICM năm 1990 và được mời đọc báo cáo mời phiên toàn thể tại Đại hội Vật lý toán Quốc tế (Lisbon, 2003).

14) **Alexander Kuznetsov:** Là một nhà toán học còn tương đối trẻ (sinh năm 1973), anh công tác tại Viện Toán học Steklov thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Nga và Bộ môn Hình học đại số tại Trường Kinh tế Cao cấp Moskva. Làm tương đối gần với Michel Van den Bergh, anh cũng là một chuyên gia về hình học đại số không giao hoán. Các đối tượng nghiên cứu chính của anh bao gồm các phân tích nửa trực giao của phạm trù dẫn xuất (một hướng nghiên cứu thời sự hiện nay trong hình học đại số không giao hoán khởi xướng bởi hai nhà hình học đại số nổi tiếng của Nga là A. Bondal và D. Orlov), và hình học của đa tạp Fano.

Công trình của anh ở Publ. Math. IHES năm 2007 cho một phương pháp tiếp cận quan trọng đối với lý thuyết các phân tích nửa trực giao nói trên. Anh bảo vệ tiến sĩ tại Đại học Tổng hợp Moskva năm 1998 dưới sự hướng dẫn của A. Bondal. Từ năm 1999 đến năm 2002, anh làm việc tại Viện các vấn đề truyền tin thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Nga, và từ năm 2002 tại Viện Toán học Steklov. Năm 2008, anh được trao giải thưởng của Hội Toán học Châu Âu và năm 2014 anh được mời đọc báo cáo tại ICM ở Seoul. Năm 2016, anh được bầu làm Viện sĩ thông tấn của Viện Hàn lâm Khoa học Nga.

15) **Camillo De Lellis:** Ông là giáo sư của Viện Nghiên cứu Cao cấp ở Princeton (IAS) và tại Đại học Zürich. Ông nhận được được nhiều giải thưởng quan trọng như Huân chương Stampacchia, Giải thưởng Fermat, và Giải thưởng Bôcher về giải tích của Hội Toán học Hoa Kỳ năm 2020. Lĩnh vực nghiên cứu của ông là lý thuyết độ đo hình học (công cụ để nghiên cứu các mặt cực tiểu), phép tính biến phân, lý thuyết về các luật bảo toàn hyperbolic và các phương trình vận tải với hệ số thô, lý thuyết tồn tại và chính quy hóa các nghiệm yếu của các phương trình Euler và Navier-Stokes. Ông được biết đến với các công trình về lý thuyết chính quy hóa của phần trong và trên biên của các mặt cực tiểu, và nhiều công trình quan trọng khác.

16) **Frans Pretorius:** Ông là giáo sư vật lý tại Đại học Princeton. Lĩnh vực nghiên cứu chính của ông là thuyết tương đối rộng. Nói riêng ông quan tâm đến việc hiểu bản chất của sự hợp nhất của các lỗ đen nhị phân và của các sao neutron, sóng hấp dẫn phát ra trong các vụ va chạm như vậy, sự sụp đổ hấp dẫn và sự hình thành lỗ đen, cấu trúc bên trong của lỗ đen, vũ trụ học thời điểm sơ khai, sự

ổn định và động lực học của các lỗ đen có chiều cao hơn. Ông nhận được một số giải thưởng quan trọng trong vật lý mà gần đây nhất là Huy chương Galileo Galilei năm 2021, Huy chương Dirac của Trung tâm Quốc tế về Vật lý lý thuyết (ICTP) năm 2021.

17) **Laure Saint-Raymond:** L. Saint-Raymond còn khá trẻ (sinh năm 1976), hiện là giáo sư toán học tại ENS Lyon, và sẽ chuyển đến IHES từ tháng 9 năm 2021. Công trình của cô tập trung vào phân tích tiệm cận các hệ phương trình đạo hàm riêng, đặc biệt là những phương trình liên quan đến động lực học chất lỏng, khí, và plasma. Đặc biệt, cô đã có những đóng góp cơ bản cho bài toán thứ sáu của Hilbert liên quan đến tiên đề hóa cơ học, một trong 23 bài toán do David Hilbert đề xuất tại Đại hội Toán học Quốc tế năm 1900 (bài toán thứ sáu của Hilbert vẫn chưa có lời giải). Ngoài ra, cùng với Francois Golse, cô đã chỉ ra rằng có sự chuyển dịch liên tục giữa các mô hình vật lý thống kê không cân bằng và các phương trình cơ học chất lỏng. Đặc biệt, cô đã được trao giải thưởng của Hội Toán học Châu Âu vào năm 2008, giải Fermat vào năm 2015 và giải thưởng Bôcher về giải tích của Hội Toán học Hoa Kỳ vào năm 2020.

18) **Scott Sheffield:** Ông là giáo sư tại Viện Công nghệ Massachusetts. Lĩnh vực nghiên cứu của ông là xác suất, lý thuyết trò chơi và vật lý toán, cụ thể hơn nữa là các câu hỏi hình học nảy sinh trong các lĩnh vực như vật lý thống kê, lý thuyết trò chơi. Ông đặc biệt được biết đến với công trình nghiên cứu các mô hình có đối xứng bảo giác, bao gồm sự tiên hóa của Schramm-Loewner, trường tự do Gaussian và hấp dẫn lượng tử Liouville. Sheffield đã dành giải thưởng

nghiên cứu Clay năm 2017 cùng với Jason Miller nhờ “những công trình đột phá và cung cấp nhiều khái niệm mới mẻ về hình học của trường tự do Gauss, và ứng dụng của trường tự do Gauss trong lời giải cho nhiều bài toán mở về các cấu trúc ngẫu nhiên hai chiều”. Ông cũng nhận được Học bổng Nghiên cứu Sloan và một số giải thưởng danh giá về xác suất như Giải thưởng Loeve và Giải thưởng Rollo Davidson.

19) **Kannan Soundararajan:** Ông là giáo sư toán học gốc Ấn Độ tại Đại học Stanford. Mọi quan tâm nghiên cứu của ông là về lý thuyết số nhân tính (phân bố của các số nguyên tố, tổng đặc trưng, giá trị trung bình của các hàm nhân tính) và lý thuyết giải tích về các  $L$ -hàm (ví dụ, việc tìm hiểu các mô-men và phân bố các giá trị của chúng). Đặc biệt công trình của ông (với các đồng tác giả) đã dẫn đến chặn dưới lỗi yếu cho các  $L$ -hàm, và một tương tự chỉnh hình của giả thuyết ergodic lượng tử (quantum unique ergodicity) của Z. Rudnick và P. Sarnak. K. Soundararajan đã nhận được nhiều giải thưởng danh giá như Giải thưởng Salem về những đóng góp “trong nghiên cứu  $L$ -hàm Dirichlet và những tổng đặc trưng có liên quan”, Giải thưởng SASTRA Ramanujan, Giải thưởng Infosys và Giải thưởng Ostrowski. Sở thích của Soundararajan ngoài toán học bao gồm cricket, quần vợt và opera.

20) **Catharina Stroppel:** Bà là giáo sư tại Viện Toán của Đại học Bonn và cũng là thành viên của Trung tâm Toán học Hausdorff. Chuyên môn hẹp của bà là các khía cạnh hình học, đại số, tổ hợp của lý thuyết Lie và lý thuyết biểu diễn. Bà là người đi tiên phong trong việc phạm trù hóa trong lý thuyết biểu diễn và nói riêng được biết đến với sự phát triển của phiên bản tương tự trong lý thuyết Lie

của đồng điều Khovanov. Bà được mời đọc báo cáo tại ICM năm 2010 và giành Giải thưởng Whitehead của Hội Toán học Luân Đôn năm 2007 “vì những đóng góp cho lý thuyết biểu diễn, đặc biệt đặt trong khuôn khổ của phạm trù hóa và ứng dụng của nó vào tô pô số chiều thấp”.

21) **Umesh Vazirani**: Là giáo sư kỹ thuật điện và khoa học máy tính Roger A. Strauch tại Đại học California, Berkeley, và là đồng giám đốc của Trung tâm

Tính toán Lượng tử Berkeley. Vazirani là một trong những người sáng lập ra lĩnh vực tính toán lượng tử. Ông là thành viên danh dự của Hiệp hội Máy tính Hoa Kỳ từ năm 2005 và đã được trao Giải thưởng Fulkerson vào năm 2012 về việc cải thiện tỷ lệ xấp xỉ cho bộ tách đồ thị và các bài toán liên quan (cùng với Satish Rao và Sanjeev Arora). Năm 2018, ông được bầu làm Viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học Hoa Kỳ.



HÌNH 4. Từ trái sang phải: Kannan Soundararajan, Catharina Stroppel, Umesh Vazirani. Ảnh nguồn: Internet.

Như vậy, theo như giới thiệu ở trên chúng ta thấy các báo cáo toàn thể của ICM 2022 rải khắp các chuyên ngành của toán học từ hình học đại số số học, tô pô, cho đến giải tích, xác suất, vật lý toán, phương trình đạo hàm riêng, và tất nhiên những người trình bày đều là những chuyên gia đầu ngành với phạm vi nghiên cứu rộng. Thành phần báo cáo viên cũng được phân bố đều từ những người trẻ chưa đầy 40 tuổi như Bhargav Bhatt, cho đến những nhà toán học lão thành như David Kazhdan. Đặc biệt lần này trong danh sách còn có sự góp mặt của cả những chuyên gia ở những ngành khác như vật lý lý thuyết, mật mã và khoa học máy tính. Hy vọng vào thời gian diễn ra đại hội, COVID sẽ bị đẩy lùi và nhiều

nhà toán học Việt Nam sẽ được tài trợ để tham dự.

**Lời cảm ơn.** Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban biên tập của Thông tin Toán học đã đọc kỹ và có những góp ý, chỉnh sửa hợp lý.

#### TÀI LIỆU

- [1] Thông tin từ Ban tổ chức ICM 2022, <https://icm2022.org/plenary-lectures>.
- [2] Liên đoàn Toán học Quốc tế, Thông tin từ <http://www.wias-berlin.de/imu/archive/ICM2010/www.icm2010.in/scientific-program/invited-speakers.html>.
- [3] Liên đoàn Toán học Quốc tế, <https://www.mathunion.org/icm-plenary-and-invited-speakers>.
- [4] Các trang của Bách khoa Toàn thư mở Wikipedia.

# Người thay đổi đời tôi

Lê Quốc Hán<sup>(1)</sup>

Tuổi thanh xuân đầy giông bão. Tôi vượt qua được nhờ ân nghĩa nhiều người. Giáo sư Lê Văn Thiêm (29.3.1918 – 3.7.1991) là người tôi mang ân nghĩa nặng như núi. Hôm nay, nhân 30 năm Người về cõi an lạc, xin kể về lần đầu tiên tôi được gặp Người.

## Tấm lòng Thầy

*Kính tặng Giáo sư Lê Văn Thiêm*

Từ quê hương em mang đến tặng Thầy  
những tiếng nói ngọt ngào dân Hà Tĩnh  
tiếng rì rào của ngàn cây Hồng Lĩnh  
tiếng thì thầm của ngọn sóng La Giang

Ôi! Tình thương xưa hết sự ngỡ ngàng  
cho xích lại trong một bầu tâm sự  
Thầy băng khuâng kể về thời quá khứ  
em bồi hồi mơ ước tới tương lai

Vạch cho em đường dẫn đến ngày mai  
lát bằng gạch của một đời cần mẫn  
lời khuyên ấy xin lấy làm lẽ sống  
và bắt đầu từ khởi điểm hôm nay

Sách Thầy cho em nghiền ngẫm đêm  
ngày  
bổng sáng rực một chân trời hiện đại<sup>(2)</sup>  
đường xa thăm em thấy mình vững lái  
khi tình thầy tỏa bóng xuống mênh  
mang

Tháng 12 năm 1974.

Tôi nhận được giấy mời ra dự lễ kỷ niệm mười năm báo *Toán học & Tuổi trẻ*. Lễ kỷ niệm diễn ra tại Khách sạn Phùng Hưng. Sáng đó tiết trời rất lạnh. Tôi đến sớm, phòng họp chưa có ai. Chọn một chỗ ngồi ở hàng ghế cuối cùng. Một lát sau, mọi người lần lượt đến. Tôi ngược mắt nhìn từng gương mặt mỗi người, thầm cảm phục những công trình toán học họ dâng hiến cho đời. Đang say sưa quan sát, một người ngồi xuống bên cạnh. Tôi ngược lên: một người đàn ông lớn tuổi với khuôn mặt phúc hậu, nhìn tôi âu yếm và tự giới thiệu: *minh là Thiêm, Lê Văn Thiêm, đồng hương của Hán đây*. Thực sự bất ngờ choáng váng: không ngờ nhà toán học đầu đàn của nền Toán học Việt Nam, từng đi khắp trời Âu Mỹ học tập, nghiên cứu và giao lưu lại giản dị, gần gũi, thân quen đến thế. Cùng lúc, thầy Hoàng Chúng – thư ký Tòa soạn – đến báo tin tôi sẽ thay mặt các cộng tác viên phát biểu ý kiến. Tôi hết sức bàng hoàng vì mình đã chuẩn bị gì đâu. Thầy Thiêm gợi ý: *Hán nghĩ gì nói nấy, mọi người sẽ thông cảm*. Rồi thầy Chúng mời thầy Thiêm lên Chủ tịch đoàn chủ trì buổi lễ.

Được Thầy cho phép, chiều hôm ấy tôi lên gia đình Thầy chơi. Thầy ở tầng hai khu chung cư phố Hàng Chuối, số 16 hay 18 gì đó lâu rồi không nhớ rõ. Tôi im lặng nghe Thầy kể về những kỷ niệm tuổi thơ, nỗi lòng nhớ cố hương trong những ngày học tập và nghiên cứu xa Tổ quốc. Bất ngờ Thầy hỏi tôi có ước muốn gì cần trình bày không. Tôi nói rằng em chỉ có một mơ ước duy nhất được vào học đại

<sup>(1)</sup>Đại học Vinh

<sup>(2)</sup>Trong ba cuốn sách Thầy cho ngày ấy có cuốn "Đại số hiện đại" của Sze Tsen Hu.

học để biết trên ấy toán học như thế nào. Thầy căn dặn: hãy kiên nhẫn! Khi chia tay, xuống đến sân tôi ngược nhìn lên: Thầy vẫn đứng trên ban công nhìn tôi và đưa tay vẫy. Tôi mừng tượng hai cánh tay ấy sẽ trở thành đôi cánh nâng tôi thực hiện mơ ước của mình. Đêm ấy, tôi thao thức không ngủ và làm một bài thơ gửi tặng Thầy, kèm theo lá thư nói về sự xúc động và lòng biết ơn trước tình cảm cởi mở của Thầy đối với một người học trò nhỏ bé và lận đận trong đời. Nhận được, Thầy cảm động lắm. Bối sau đó một số người kể rằng Thầy cho họ xem thư và bài thơ ấy cùng với lời nhận xét: Hán giỏi Văn còn hơn giỏi Toán.



GS. Lê Văn Thiêm cùng gia đình. Ảnh: quehuongonline.vn.

Rồi dịp may cũng đến. Thống nhất đất nước, thầy Nguyễn Văn Hoàn được điều về Tỉnh ủy Hà Tĩnh tham gia biên soạn cuốn "Địa lý Hà Tĩnh". Thầy là trưởng đoàn kiến tập thời tôi học Sư phạm 10 + 1, từng cùng trọ và nghe tôi kể lại những thăng trầm đời học sinh của mình. Ông Nguyễn Tiên Chương, Bí thư Tỉnh ủy, chủ trì biên soạn. Trong một lần vui chuyện, thầy Hoàn nhắc đến chuyện học hành trực trặc của tôi. Ông Chương hết sức ngạc nhiên: mấy năm trước nhận được thư của Giáo sư Lê Văn Thiêm, bạn

mình đã đồng ý cho Hán đi học rồi mà. Thầy Hoàn cười: em vừa mới vào công tác Kỳ Anh, gặp Hán đang dạy cấp hai ở quê anh. Năm sau, Nghệ An và Hà Tĩnh sát nhập thành tỉnh Nghệ Tĩnh, ông Nguyễn Tiên Chương ra Vinh làm Phó Bí thư Thường trực Tỉnh ủy. Thầy Hoàn cũng chuyển ra làm ở bộ phận Văn phòng Tỉnh ủy. Ông Chương nói với thầy Hoàn nhắn tôi ra gặp trực tiếp để hiểu rõ về hoàn cảnh thực của tôi. Ông hết sức ngạc nhiên khi biết cha tôi từng làm Thư ký Ủy ban kháng chiến Kỳ Anh cùng thời ông làm Ủy viên Quân sự huyện. Ông chắc lười: *thế mà người ta báo cáo lên Hán con nhà địa chủ phản động*. Ông bảo bây giờ tự nhiên cứ Hán đi học thêm cũng khó, chỉ bằng Hán xin GS Lê Văn Thiêm lá thư giới thiệu mình để trình bày với các cấp có thẩm quyền hơn. Tôi viết thư tâm sự và Thầy Thiêm gửi thư cho ông. Cầm lá thư đó, ông Chương trao đổi với Lãnh đạo Ty Giáo dục và Ủy ban tỉnh. Rồi họ gửi hồ sơ ra Bộ Giáo dục đề nghị cho tôi đi học. Lúc đó vào đầu tháng 12, sinh viên đã nhập học. Bộ gọi điện cho thầy Lê Hoài Nam, đương kim Hiệu trưởng Trường Đại học Sư phạm Vinh và Thầy vui vẻ nhận tôi vào học đặc cách Khoa Toán năm thứ nhất không phải qua kỳ thi chung. Từ đó, cuộc đời tôi bước sang một trang khác: được sống và làm việc với những ước mơ của mình.

Bước sang tuổi "cổ lai hy", bồi hồi nhớ lại những kỷ niệm xưa, đặc biệt cuộc gặp gỡ kỳ lạ với Giáo sư Lê Văn Thiêm. Tôi thường nghĩ: nếu không có những con người với tấm lòng vàng như Giáo sư, hẳn cuộc đời tôi mãi mãi bị chôn vùi cùng với những ước mơ thơ ấu ở một miền quê hẻo lánh xa xôi. Tự nhiên ngửa mặt lên trời và ứa nước mắt.

# Các ICM và Liên đoàn Toán học Quốc tế

Đoàn Trung Cường<sup>(1)</sup> (lược dịch, tổng hợp)

Các Đại hội Toán học Quốc tế (ICM) và Liên đoàn Toán học Quốc tế (IMU) đã có lịch sử hơn một thế kỷ. Trong quãng thời gian dài ấy đã có rất nhiều sự kiện xảy ra, cộng đồng toán học quốc tế đã vượt qua nhiều khó khăn, khác biệt để thiết lập những nguyên tắc, hình thức hợp tác quốc tế ở mức độ toàn cầu. Ngày nay, có thể nói ICM và IMU đã rất thành công và có những đóng góp đặc biệt cho cộng đồng toán học quốc tế. Bài viết này điểm lại một số sự kiện trong quãng thời gian rất dài ấy của Liên đoàn và các ICM, tập trung vào nửa đầu.

## A. 1897-1916: ICM

Lịch sử các "hội nghị thượng đỉnh thế giới" của toán học bắt đầu từ cuối thế kỷ 19 với sự thành lập các hội toán học quốc gia. Câu chuyện bắt đầu từ một khảo sát ngắn về việc mở rộng nghiên cứu khoa học trong thế kỷ 19, dần dần dẫn đến sự hợp tác quốc tế có tổ chức. Đức và Pháp dẫn đầu trong việc khởi xướng sự hợp tác trong toán học. Một trong những người đã làm rất nhiều để thành lập liên đoàn của các nhà toán học là Georg Cantor, Chủ tịch đầu tiên của Hội Toán học Đức (DMV), và đồng hương của ông Felix Klein, người vào năm 1893 đã kêu gọi "Các nhà toán học trên thế giới, đoàn kết lại!" [5].

**Đại hội Toán học Quốc tế đầu tiên** được tổ chức từ 9-11/8/1897 tại Zürich, Thụy Sĩ. Thư mời tham dự có một danh

sách chữ ký "khủng" gồm Adolf Hurwitz, Felix Klein, Andrei Markoff, Hermann Minkowski, Gösta Mittag-Leffler and Henry Poincaré. Ngôn ngữ chính thức là tiếng Pháp và tiếng Đức. Có 208 nhà toán học từ 16 nước đã tham gia Đại hội, bốn báo cáo toàn thể và 30 báo cáo ở năm tiểu ban đã được trình bày. Bốn nhà toán học được mời báo cáo toàn thể tại ICM 1897 là Hurwitz (Thụy Sĩ), Klein (Đức), Peano (Ý) và Poincaré (Pháp). Chính trong dịp này những mục tiêu cho hình thức đại hội quốc tế thế này đã được đưa ra, trong đó có:

a) Thúc đẩy quan hệ cá nhân giữa các nhà toán học ở những nước khác nhau;

b) Xem xét, trong các báo cáo và bài giảng, hiện trạng của các lĩnh vực toán học và tạo cơ hội thảo luận những vấn đề được thừa nhận tầm quan trọng.

Đại hội Zürich đã thông qua các quy tắc liên quan đến cấu trúc và hoạt động của các ICM. Ngày nay, nhiều quy tắc trong số này vẫn đang được tuân thủ bởi ICM hoặc IMU.

**Đại hội thứ hai** diễn ra tại Paris trong thời gian từ 6-12/8/1900. Charles Hermite là chủ tịch danh dự và Henry Poincaré là chủ tịch của đại hội. Bốn nhà toán học đọc báo cáo mời toàn thể là Moritz Cantor (Đức, sử học toán), Poincaré (Pháp), Mittag-Leffler (Thụy Điển) và Volterra (Ý). Cuộc gặp thứ hai này đặc biệt đáng nhớ vì David Hilbert đã có bài giảng lịch sử *Mathematische Probleme* (những vấn đề toán học) trong đó ông vạch ra những vấn đề toán học cơ

<sup>(1)</sup>Viện Toán học, Viện HLKHCN Việt Nam.

bản cần giải quyết trong thế kỷ 20, một loạt hai mươi ba thách thức trở thành động lực cho trăm năm tiếp theo. Bài giảng của Hilbert đáng ra là một báo cáo mời toàn thể, nhưng do nộp muộn nên được trình bày ở tiểu ban Lịch sử toán với chỉ mười vấn đề. Danh sách đầy đủ được in dưới tiêu đề *Sur les problèmes futurs des Mathématiques* trong kỷ yếu của đại hội.

Hội Toán học Đức là chủ nhà của **Đại hội thứ 3** tổ chức ở Heidelberg từ 8-13/8/1904. Một lần nữa có bốn nhà toán học đọc báo cáo mời toàn thể, gồm Greenhill (Anh), Painlevé (Pháp), Segre (Ý) và Wirtinger (Đế quốc Áo-Hung). Thời gian đại hội trùng với 100 năm ngày sinh của nhà toán học Đức Carl G.J. Jacobi nên đã có một số báo cáo và hoạt động kỷ niệm.

Kỳ ICM thứ tư được tổ chức tại Rome, Italia, từ 6-11/4/1908, số báo cáo toàn thể tăng lên 9 và số người tham dự tăng lên 535. Nội dung khoa học của đại hội phản ánh truyền thống của toán học Ý quan tâm đến nghiên cứu những hiện tượng vật lý: Có hai báo cáo toàn thể của Hendrik A. Lorentz (Nobel Vật lý năm 1902) và Simon Newcomb (nhà thiên văn học Mỹ); chủ tịch của đại hội là nhà vật lý Ý Pietro Blaserna; bên cạnh các tiểu ban Giải tích, Hình học, Triết học - Lịch sử và Giảng dạy Toán học còn có thêm các tiểu ban Cơ học và Vật lý toán, Khoa học thống kê và Kỹ thuật. ICM 1908 là đại hội đầu tiên có báo cáo mời của một nhà toán học nữ - Laura Pisati tại tiểu ban Giải tích. Đáng tiếc là bà đã mất ngày 30/3, một tuần trước khi khai mạc đại hội, và báo cáo của Pisati “Saggio di una teoria sintetica delle funzioni di variabile complessa” được một đồng nghiệp trình bày [13]. Bốn năm sau, Hilda Phoebe Hudson là nhà toán học nữ đầu tiên trình bày báo

cáo mời tại đại hội, thuộc tiểu ban Hình học.

Một điểm đặc biệt của đại hội lần này là huy chương Guccia. Hai cơ quan tổ chức đại hội là Viện Hàn lâm Hoàng gia Linh miêu (Reale Accademia dei Lincei) và Hội Toán học Palermo (Circolo matematico di Palermo), trong đó Hội Toán học Palermo được Giovanni Guccia thành lập năm 1884 và tài trợ cho ICM 1908 một giải thưởng dành cho những thành tựu nghiên cứu về đường cong phẳng, có tên là Huy chương Guccia. Ban xét duyệt gồm Corrado Segre, Max Noether và Henri Poincaré đã quyết định trao giải thưởng cho Francesco Severi<sup>(2)</sup>, gồm một huy chương và 3,000 francs. Tuy vậy, sau khi Guccia mất thì giải thưởng chính thức đầu tiên của ICM không được trao thêm lần nào nữa.

Đến đại hội lần thứ tư này, nhu cầu thành lập một cơ quan thường trực đảm bảo sự phối hợp giữa các đại hội trở nên rõ ràng. Bên cạnh đó, một tổ chức quốc tế nhằm cải thiện việc giảng dạy toán ở cấp trung học cơ sở cũng được thành lập là Ủy ban Quốc tế về Giáo dục Toán học (ICMI), Felix Klein là chủ tịch đầu tiên.

Vẫn còn một nước có vai trò lớn trong cộng đồng toán học châu Âu chưa tổ chức đại hội là nước Anh. Vì vậy **ICM lần thứ năm** đã được tổ chức ở Đại học Cambridge vào năm 1912. Khoảng 600 đại biểu từ 28 nước đã tham dự đại hội, cho thấy sự quan tâm ngày càng tăng đến hợp tác quốc tế trong toán học. Tương tự như ICM ở Rome, chương trình đại hội phản ánh rõ sự quan tâm đến ứng dụng của nước chủ nhà: Chủ tịch danh dự là Lord Rayleigh (Nobel Vật lý năm 1902); chủ tịch của đại hội là George Darwin (nhà thiên văn học, con trai của Charles Darwin); tăng thêm các tiểu ban thiên văn

<sup>(2)</sup>Nhà hình học đại số Ý.



học, kinh tế, bảo hiểm và thông kê. Trong những đại hội về sau, sự ảnh hưởng của xu hướng riêng của nước chủ nhà đối với chương trình khoa học không còn nữa sau khi Liên đoàn Toán học Quốc tế phụ trách phần chương trình hội nghị.

Đại hội thứ sáu dự kiến tổ chức tại Stockholm, Thụy Điển năm 1916 bị hủy do Chiến tranh Thế giới thứ nhất (1914-1918).

### B. 1920-1936: IMU cũ

Chiến tranh và những hậu quả của nó đã ảnh hưởng rất lớn đến việc tổ chức các đại hội và hoạt động quốc tế trong giai đoạn này. Trước Thế chiến thứ nhất, các đề xuất thành lập Liên đoàn Toán học Quốc tế đã được đưa ra nhưng đều bị từ chối. Người ta tin rằng các ICM có thể đảm nhiệm tốt cho những quan tâm toán học chung. Chiến tranh thế giới đã đem đến những thay đổi sâu rộng về chính trị và xã hội, những thay đổi này cũng được phản ánh trong khoa học. Chiến tranh chỉ vừa kết thúc khi những bước đầu tiên để thành lập IMU được tiến hành, đó không phải là sáng kiến trực tiếp của các nhà toán học mà là kết quả của những thỏa thuận mới liên quan đến chính sách khoa học quốc tế.

Năm 1919 tại Brussels, phe Đồng minh đã thành lập Hội đồng Nghiên cứu Quốc tế (IRC) để thúc đẩy việc thành lập các liên hiệp khoa học quốc tế, đằng sau đó là mục tiêu xoá bỏ những ảnh hưởng trong nhiều lĩnh vực của nền khoa học Đức (Đức cùng với Áo, Hungary, Bulgaria thuộc Liên minh Trung tâm - Central Powers, là phe bại trận). Các hiệp hội vật lý, hoá học, thiên văn học quốc tế đều được thành lập trong thời gian này. Nhà toán học nổi tiếng Picard là chủ tịch của

IRC cho đến khi tổ chức này giải thể năm 1931, Volterra là phó chủ tịch.

**Đại hội Toán học Quốc tế tiếp theo** được tổ chức năm 1920 ở Strasbourg, Pháp tại đó Liên đoàn Toán học Quốc tế (IMU, hoặc UMI theo viết tắt tên tiếng Pháp) được thành lập. Đây là một trong những kỳ đại hội có ít người tham dự nhất do không có những nhà toán học thuộc các nước trong Liên minh Trung tâm tham gia theo yêu cầu của IRC cũng như vắng một số nhà toán học phản đối chính sách này. Sự phân biệt đối xử này về sau dẫn đến việc đình chỉ các hoạt động của Liên đoàn vào năm 1932.

Trước khi bế mạc ICM 1920, các nhà toán học đã thống nhất tổ chức ICM 1924 ở New York, Mỹ. Tuy nhiên, quan hệ gần gũi giữa cộng đồng toán học Mỹ và Đức và chính sách ngăn cản tham dự ở trên dẫn đến nguy cơ không có tài trợ để tổ chức ICM ở New York. Cuối cùng Đại hội được chuyển sang tổ chức ở Toronto, Canada theo đề nghị của nhà toán học Canada John Charles Fields. Không khí chiến tranh đã ảnh hưởng nặng nề đến cả hai kỳ ICM năm 1920 và 1924 trên mọi phương diện.

**ICM thứ tám** được tổ chức ở Bologna, Ý, năm 1928. Khi bắt đầu tổ chức đại hội này, chủ tịch đại hội Salvatore Pincherle đối mặt với một tình thế tiến thoái lưỡng nan. Một mặt IMU và IRC khẳng định phải tiếp tục chính sách ngăn cản, một mặt có những phản đối mạnh mẽ của Hội Toán học Mỹ và Hội Toán học Luân Đôn cũng như nhiều nhà toán học doạ không dự nếu Đại hội không thực sự “quốc tế”. Giải pháp cuối cùng là Đại hội Bologna đứng ra bảo trợ Đại hội, không phải Liên đoàn Toán học Quốc tế, và Đại hội mở cho tất cả mọi người bất kể quốc tịch. Việc tham dự Đại hội Bologna cũng gây chia rẽ trong cộng đồng các nhà toán học Đức.

Một số nhà toán học Đức, đứng đầu là Ludwig Bieberbach, đã kêu gọi tẩy chay Đại hội, trong khi David Hilbert đầy uy tín và những nhà toán học khác đã nhiệt thành ủng hộ việc tham gia trở lại. Tổng số 835 nhà toán học tham dự là thành công đặc biệt của ICM 1928, trong đó người Đức đông thứ hai chỉ sau người Ý. David Hilbert đã khai mạc đại hội bằng báo cáo toàn thể *Probleme der Grundlegung der Mathematik* (Những vấn đề về nền tảng của toán học).

Zürich lần thứ hai đăng cai **Đại hội Toán học Quốc tế vào năm 1932**. Tiếp nối ICM 1928, Đại hội mở cho tất cả mọi người, cộng đồng toán học quốc tế một lần nữa tái hợp. Đại hội Zürich có 21 báo cáo toàn thể, trong đó lần đầu tiên có báo cáo toàn thể của một nhà toán học nữ do Emmy Noether<sup>(3)</sup> đọc. Thật tiếc là báo cáo toàn thể của nhà toán học nữ thứ hai phải đợi thêm gần 60 năm cho đến khi Karen Uhlenbeck được mời báo cáo ở ICM 1990.



Đại biểu tham dự ICM 1932 tại Zürich, Thụy Sĩ. Nguồn: Internet

Các nhà toán học cũng thảo luận việc có nên coi hội nghị ở Strasbourg và Toronto là các ICM thực sự không bởi chính sách hạn chế tham dự ở các kỳ đại hội này. Ví dụ, ICM 1928 ở Bologna được đánh số trong kỷ yếu là 6, không phải 8, hay trong phát biểu khai mạc ICM 1932 của Hermann Weyl “Với số  $n$ ,

tương ứng với Đại hội Toán học Quốc tế vừa khai mạc, chúng ta có bất đẳng thức  $7 \leq n \leq 9$ ; rất tiếc là cơ sở tiên đề của chúng ta không đủ để đưa ra một mệnh đề chính xác hơn” [4, Trang 21]. Từ đây về sau các ICM không được đánh số nữa.

Quy chế của Liên đoàn Toán học Quốc tế đã hết hạn vào năm 1931. Tại Đại hội

<sup>(3)</sup>Emmy Noether là con gái của nhà hình học đại số người Đức Max Noether.

Zürich, sau những tranh luận căng thẳng thì cuối cùng IMU bị giải tán. Mong muốn thành lập một cộng đồng thống nhất của các nhà toán học đã chiến thắng sự can

thiệp của IRC <sup>(4)</sup>. IMU biến mất do bị các thành viên “bỏ rơi”, đây là tình huống hy hữu trong các hiệp hội khoa học.



Emmy Noether trên tàu thăm hồ Zürich trong thời gian ICM 1932. Nguồn: Internet

Nỗ lực tái lập IMU trong những năm 1930 đã không thành công. Đại hội đồng năm 1932 của IMU quyết định thành lập một ủy ban tìm hiểu về hợp tác quốc tế trong toán học và đưa ra những đề xuất tại ICM 1936. Trong bốn năm tiếp theo 1933-1936, tình hình chính trị trên thế giới trở nên tồi tệ và việc thành lập một liên đoàn mới vào năm 1936 không còn thích hợp.

**ICM 1936** được tổ chức ở Oslo, Na Uy vào tháng 7/1936. Tại Đức, Hitler đã lên nắm quyền và nhiều nhà toán học nổi tiếng đã phải tị nạn. Tại Ý, Mussolini yêu cầu tất cả các giáo sư đại học tuyên thệ trung thành và khi Volterra từ chối, ông đã bị sa thải khỏi Đại học Rome và sau đó là tất cả các cơ quan hàn lâm của Ý. Có 487 nhà toán học từ 36 nước đã tham

dự ICM 1936, trong đó hầu như không có nhà toán học Ý nào, mặt khác có cả những nhà toán học ủng hộ và không ủng hộ chính phủ Đức.

Sự kiện huy chương Fields, danh hiệu cao quý trong toán học, lần đầu tiên được trao cùng với hoạt động của ICMI đã giúp lấp đầy khoảng trống IMU để lại. Buổi khai mạc của ICM 1936, dưới sự chứng kiến của Vua Haakon VII của Na Uy, có thêm một nét mới: sau diễn văn khai mạc của chủ tịch đại hội Carl Størmer đã diễn ra lễ trao huy chương Fields. Nhà vua đã trao huy chương Fields cho Lars Ahlfors, 29 tuổi, ĐH Helsinki và Jesse Douglas, 39 tuổi, MIT (Douglas không dự đại hội nên Norbert Wiener thay mặt nhận). Ủy ban xét giải thưởng Fields đầu tiên gồm

<sup>(4)</sup>IRC được chuyển đổi thành Hội đồng Quốc tế các hiệp hội khoa học ICSU từ năm 1931.

<sup>(5)</sup>Lúc đầu Severi là chủ tịch ủy ban, nhưng sau đó Cartan đã thay thế do Severi không thể dự đại hội [4].

Birkhoff, Carathéodory, Cartan, Severi<sup>(5)</sup> và Takagi.

Đại hội 1940 được dự kiến tổ chức ở Mỹ nhưng Thế chiến thứ hai bùng nổ khiến cho phải dời đến năm 1950 ICM mới được tiếp tục trở lại.



Ahlfors nhận Huy chương Fields. Nguồn: Internet

### C. 1950 – 1990: IMU MỚI

Hoạt động toán học và hoạt động hợp tác quốc tế thời kỳ hậu chiến có rất nhiều điểm khác biệt với những hoạt động trong những năm 30 và trước đó.

Sau Chiến tranh Thế giới thứ hai, ICSU<sup>(6)</sup> duy trì nguyên tắc giữ chính trị ngoài khoa học, về mặt này năm 1946 Ủy ban đã thừa nhận lỗi nghiêm trọng phạm phải sau Thế chiến thứ nhất. Các nhà toán học cũng áp dụng cùng một chính sách về tính phổ quát. Nguyên tắc cởi mở tương tự được tuân thủ trong kế hoạch do nhà toán học Mỹ Marshall Stone dẫn dắt hướng đến thành lập một IMU mới.

Sau ICM 1936, phải dời đến năm 1950 Đại hội Toán học Quốc tế mới được tổ chức lại, lần này ở Cambridge, Massachusetts, Mỹ. Tại đây đã diễn ra cuộc bỏ phiếu để tái lập một Liên đoàn Toán học Quốc tế không còn chính sách loại

<sup>(6)</sup>Tiền thân là IRC.

trừ. Sau khi mười quốc gia phê chuẩn các quy chế, IMU Mới được tuyên bố chính thức vào 10/9/1951. Mười thành viên đầu tiên gồm Áo, Đan Mạch, Pháp, Đức, Anh, Hy Lạp, Ý, Nhật Bản, Hà Lan và Na Uy. Năm thành viên tiếp theo gồm Úc, Canada, Phần Lan, Pê-ru và Mỹ gia nhập năm 1952. Cũng trong năm 1952, Đại hội đồng đầu tiên đã họp ở Roma, Ý, và bầu nhà toán học Mỹ M.H. Stone là chủ tịch đầu tiên của IMU, hai phó chủ tịch là E. Borel (Pháp) và E. Kamke (Đức).

Tư cách thành viên của Đức là một trường hợp đặc biệt. Những ký ức về cuộc chiến vẫn còn nguyên trong tâm trí, và vào năm 1949, nước Đức bị chia cắt thành hai quốc gia, Tây và Đông Đức. Tuy vậy không có sự phản đối nào của các nhà toán học trên thế giới với sự tham gia của Đức. Đức là một trong số mười quốc gia đầu tiên gia nhập Liên đoàn vào năm 1951 thông qua một ủy ban quốc gia đại diện cho cả Tây Đức và Đông Đức. Mãi sau này, vào năm 1964, Đông Đức mới trở thành một thành viên theo đúng nghĩa của nó.

IMU Mới cũng gặp nhiều khó khăn khi mới thành lập. Bức màn Sắt (mà biểu tượng là bức tường Berlin) được dựng lên trước khi Liên đoàn ra đời. Lúc đầu, câu hỏi có ý nghĩa quan trọng đối với cả IMU và ICM về cách thức điều chỉnh những quy định và quan hệ giữa IMU và ICM hoàn toàn không rõ ràng. Thiếu kinh phí cũng đã cản trở việc giải ngân nhiều dự án. Những vấn đề ban đầu này dần được giải quyết. Trong những năm 1960, Liên đoàn đã củng cố vị trí của mình và do đó có thể đối phó tốt hơn với những khó khăn mới, khi mà chính trị vướng vào toán học.

**Đại hội đầu tiên thời hậu chiến** được tổ chức ở Cambridge, Massachusetts, Mỹ

từ 30/8 đến 6/9 năm 1950. Ảnh hưởng trực tiếp của thế chiến và chiến tranh lạnh đến cộng đồng toán học có thể thấy ngay ở đại hội: toán học Mỹ có biến đổi lớn, toán học châu Âu sa sút và thiếu vắng nhiều nhà toán học từ các nước xã hội chủ nghĩa, đặc biệt là Liên Xô.

Đối với toán học Mỹ, “giai đoạn thuộc địa” đã kết thúc tại đại hội Oslo. Chủ tịch đại hội Oswald Veblen, người kế nhiệm trong vai trò lãnh đạo toán học Mỹ khi G. D. Birkhoff mất năm 1944, thừa nhận "Bây giờ, mười bốn năm đã trôi qua..., và chúng ta đang tiến gần đến đoạn cuối của một kỷ nguyên nữa..., thời kỳ mà Bắc Mỹ đã thu hút rất nhiều nhà toán học hùng mạnh từ khắp nơi trên thế giới, truyền thống bản địa và khuynh hướng tư duy toán học đã thay đổi hoàn toàn cũng như được làm phong phú hơn". Ông cũng chỉ ra “Những thành quả này của Mỹ dường như phải trả giá bằng những tổn thất to lớn đối với nền toán học châu Âu. Nhưng có rất nhiều dấu hiệu về sức sống ở châu Âu để hy vọng rằng những tổn thất sẽ chỉ là tạm thời trong khi những lợi ích của Mỹ sẽ là vĩnh viễn.” [1, trang 26].

Mặc dù không có Khối Đông Âu (Khối Liên Xô cũ), nhưng số người 1,700 thực tế tham dự ICM 1950 nhiều hơn hai lần so với đại hội đông nhất trước chiến tranh. Giải thưởng Fields lần thứ hai được trao cho Laurent Schwartz, Đại học Nancy, Pháp, và Atle Selberg, Viện Nghiên cứu cao cấp Princeton (người Mỹ gốc Na Uy).

Các đại hội tiếp theo là

- Amsterdam - Hà Lan (1954),**
- Edinburgh - Scotland (1958),**
- Stockholm - Thụy Điển (1962),**
- Mát-xơ-va - Nga (1966),**
- Nice - Pháp (1970),**
- Vancouver - Canada (1974),**

**Helsinki - Phần Lan (1978),**

**Warsaw - Ba Lan (1982, tổ chức năm 1983),**

**Berkeley - Hoa Kỳ (1986),**

**Kyoto - Nhật Bản (1990).**

Kể từ đại hội Amsterdam, các ICM được đặt dưới sự bảo trợ của Liên đoàn Toán học Quốc tế và sự tham gia của IMU vào việc tổ chức các ICM ngày càng sâu sắc và hiệu quả.

Cùng với sự tham dự của các nhà toán học thuộc các nước xã hội chủ nghĩa, số lượng đại biểu tham dự các đại hội tiếp tục tăng, đến đại hội Stockholm năm 1962 có trên 2000 đại biểu tham dự đại hội. Điều này dẫn đến khó khăn cho việc tổ chức, thậm chí đã có những thảo luận nghiêm túc về giới hạn số người tham dự các đại hội toán học quốc tế.

Tại Edinburgh năm 1958, người Thụy Điển đã do dự việc đảm nhận tổ chức đại hội tiếp theo. Otto Frostman, Chủ tịch Ủy ban Tổ chức ICM 1962 ở Stockholm, đã thừa nhận sự khó khăn khi quyết định đăng cai. Ngoài mối quan tâm về số lượng lớn những người sẽ tham dự, còn có một mối quan tâm quan trọng hơn: "sự phát triển của toán học đang diễn ra nhanh chóng đến mức không ai có thể bao quát được ngoài một vài đoạn tiền tuyến, và tổng thể chỉ có thể đạt được trên cơ sở hợp tác quốc tế". Để có "một chương trình khoa học xứng tầm một đại hội quốc tế", Thụy Điển đã làm việc chặt chẽ với một ủy ban tư vấn nhỏ từ Liên đoàn Toán học Quốc tế. Kết quả là chương trình báo cáo toàn thể - lần đầu tiên kể từ sau chiến tranh có hai nhà toán học Đức – đã không có nhà toán học Thụy Điển nào. Tuy vậy, người Thụy Điển rất hài lòng với hoạt động của ủy ban tư vấn và đề xuất cách làm đó cho các kỳ đại hội trong tương lai.

Trong thời kỳ chiến tranh lạnh, hai đại hội được tổ chức ở các nước thuộc Khối Đông Âu tại **Mát-xơ-va, Nga, năm 1966** và **Warsaw, Ba Lan, năm 1983**. Quan hệ giữa các nước Khối Đông Âu, đặc biệt là Liên Xô, với IMU có nhiều trục trặc. Liên Xô đã cử 27 đại biểu dự ICM 1928, 10 đại biểu dự ICM 1932 nhưng không có đại biểu nào tại ICM 1936 ở Zürich. ICM 1950 vẫn không có đại biểu Liên Xô và cả các nước thuộc Khối Đông Âu. Cùng với những biến đổi chính trị tại Liên Xô, từ sau ICM 1950 và đặc biệt sau ICM 1954, việc tham gia của Liên Xô và các nước thuộc Khối Đông Âu ở các Đại hội Toán học Quốc tế dần trở nên bình thường hơn, mặc dù vẫn thường xuyên có nhiều nhà toán học Liên Xô không được xuất cảnh. Năm 1957 Liên Xô trở thành thành viên của IMU. Tại ICM 1974 ở Vancouver, Canada, có 41 nhà toán học Liên Xô được mời báo cáo nhưng chỉ có 20 người đến. Tại ICM 1978 ở Helsinki, Grigory Margulis được tặng giải thưởng Fields nhưng không đến nhận vì không được xuất cảnh. Sau 1978, Liên Xô yêu cầu Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô phê duyệt tất cả ứng cử viên giải thưởng Fields của Liên Xô trước khi họ được chính thức trao giải. Tất nhiên IMU không đồng ý và khẳng định quyền quyết định của các ban của ICM đối với những cá nhân được mời báo cáo hay trao huy chương Fields.

ICM 1990 ở Kyoto, Nhật Bản là đại hội đầu tiên tổ chức ngoài châu Âu và Bắc Mỹ. Trong đại hội này Karen Uhlenbeck<sup>(7)</sup> là nhà toán học nữ thứ hai trong lịch sử các ICM đọc báo cáo mời toàn thể [2].

#### D. Từ 1994

Sau thời kỳ chiến tranh lạnh, mặc dù tình hình thế giới vẫn có nhiều bất ổn nhưng dường như ảnh hưởng tiêu cực của

các sự kiện chính trị quốc tế đến hoạt động của Liên đoàn Toán học Quốc tế và việc tổ chức các ICM đã giảm đi đáng kể. Hiện nay, cơ quan điều hành của Liên đoàn được tổ chức hoàn thiện với sự hỗ trợ của các thư ký làm việc tại trụ sở ở Berlin, Đức (từ năm 2011) [8].

Sự đa dạng của các hội toán học thành viên, sự gia tăng đáng kể tham dự của các nhà toán học nữ và các nhà toán học từ các nước đang phát triển vào tất cả các hoạt động của Đại hội và Liên đoàn là điều dễ nhận thấy. Nhiều đại hội toán học đã được tổ chức ở những nước đang phát triển hoặc mới nổi như ICM 2002 ở Bắc Kinh - Trung Quốc, ICM 2010 ở Hyderabad - Ấn Độ, ICM 2014 ở Seoul - Hàn Quốc, ICM 2018 ở Rio de Janeiro - Brasil. Kỳ đại hội năm 2018 ở Brasil cũng là kỳ đầu tiên tổ chức ở Mỹ La tinh và ở nam bán cầu.

Kể từ kỳ ICM đầu tiên cho đến ICM 1990, mới có hai nhà toán học nữ đọc báo cáo toàn thể và 50 nhà toán học nữ đọc báo cáo tiểu ban ở các kỳ đại hội. Tại kỳ ICM 1994, Ingrid Daubechies và Marina Ratner là hai nhà toán học nữ tiếp theo đọc báo cáo toàn thể. Kể từ kỳ đại hội đó, số lượng các nhà toán học nữ đọc báo cáo tại các kỳ ICM đã tăng đáng kể, với 16 báo mời toàn thể và 134 báo cáo mời ở tiểu ban [12]. Tất nhiên những con số này vẫn rất khiêm tốn so với số lượng các nhà toán học nữ trong cộng đồng. Giáo sư Ingrid Daubechies là nữ chủ tịch đầu tiên của Liên đoàn Toán học Quốc tế, nhiệm kỳ 2011-2014. Tại ICM 2014 ở Seoul, nhà toán học người Iran Maryam Mirzakhani đã phá vỡ những rào cản để trở thành nhà toán học nữ đầu tiên dành huy chương Fields danh giá.

Các ICM đã trở thành sự kiện quốc tế quan trọng nhất trong toán học. Ở các

<sup>(7)</sup>Nhà toán học người Mỹ, được trao Giải thưởng Abel năm 2019

kỳ đại hội khác nhau, những tiến bộ cơ bản trong nghiên cứu toán học được trình bày và những nhà toán học xuất sắc nhất được vinh danh bằng giải thưởng. Ngoại trừ khoảng thời gian diễn ra hai cuộc chiến tranh thế giới, Đại hội đã được tổ chức bốn năm một lần kể từ năm 1900, trong thời gian đó, số lượng người tham gia không ngừng tăng lên.

Việt Nam trở thành thành viên của Liên đoàn Toán học Quốc tế từ năm 1974, khi GS. Lê Văn Thiêm và GS. Hoàng Xuân Sính thay mặt Hội Toán học Việt Nam tham dự Đại hội Toán học Quốc tế ở Vancouver, Canada. Quá trình tham gia của Việt Nam là một câu chuyện dài với sự nỗ lực của nhiều người, trong đó có sự vận động nhiệt tình của GS. Lê Dũng Tráng, sự hỗ trợ, đóng góp tài chính của nhiều Việt kiều và những nhà toán học quốc tế [14]. Kể từ đó các nhà toán học Việt Nam thường xuyên tham dự các kỳ họp Đại hội đồng của IMU và các ICM. Trong nhiệm kỳ 2011-2014, GS. Hoàng Xuân Phú (Viện Toán học) là đại diện Châu Á trong Ủy ban Các nước đang phát triển (CDC) của Liên đoàn<sup>(8)</sup>.

Dấu ấn đầu tiên của người Việt tại các ICM là báo cáo mời của GS. Frédéric Phạm tại ICM 1970 ở Nice, Pháp. Báo cáo mời thứ hai là của GS. Dương Hồng Phong tại ICM 1994 ở Zürich, Thụy Sĩ. Những năm gần đây việc các nhà toán học người Việt đọc báo cáo tại các kỳ ICM trở nên thường xuyên hơn, ví dụ các báo cáo của GS. Ngô Bảo Châu (2006, 2010 – toàn thể), GS. Vũ Hà Văn (2014), GS. Đinh Tiến Cường (2018), GS. Phạm Hữu Tiệp (2018). Các nhà toán học này đều làm việc tại Pháp hoặc Mỹ. Sự kiện

đặc biệt, như chúng ta đều biết, là huy chương Fields của GS. Ngô Bảo Châu tại Hyderabad, Ấn Độ năm 2010.

#### TÀI LIỆU

- [1] Donald J. Albers, Gerald L. Alexanderson and Constance Reid, *International Mathematical Congresses. An Illustrated History 1893-1986*. Springer-Verlag New York 1986.
- [2] Ngô Quốc Anh, Karen Uhlenbeck và giải thưởng Abel năm 2019. *Thông tin Toán học* **23**(4) (2019), 1-9.
- [3] Phạm Trà Ân, Lịch sử phát triển của Liên đoàn Toán học Thế giới qua 25 kỳ Hội nghị Toán học Thế giới. *Thông tin Toán học* **10**(4) (2006), 10-12.
- [4] Guillermo Curbera, The ICM through History. *Newsletter EMS* **63** (2007), 16-21.
- [5] Guillermo Curbera, *Mathematicians of the World, Unite!: The International Congress of Mathematicians: A Human Endeavor*. AK Peters/CRC Press 2009.
- [6] IMU Newsletter <https://www.mathunion.org/imu-news/archive>
- [7] IMU History <https://www.mathunion.org/organization/imu-history>
- [8] Carlos E. Kenig, The International Mathematical Union (IMU) at 100. *Notices AMS* **67**(3) (2020), 404-407.
- [9] Olli Lehto, *Mathematics without borders. A history of the International Mathematical Union*. Springer 1992.
- [10] Olli Lehto, IMU and History. *DMV Mitteilungen* **4** (1996), 63-66.
- [11] McTutor: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/ICM>
- [12] Helena Mihaljević and Marie-Françoise Roy, An invitation to the hall of fame. On the trails of women among ICM speakers. *Gender Gap in Science* (2018).
- [13] C. L. E. Moore, The fourth International Congress of Mathematicians: sectional meetings. *Bull. Amer. Math. Soc.* **15** (1908), 8-43.
- [14] Lê Dũng Tráng, Chuyện Việt Nam gia nhập Hội Toán học thế giới. *Phan Thị Hà Dương dịch. Thông tin Toán học* **22**(1) (2018), 1-5.

<sup>(8)</sup>Thông tin Toán học, Tập 14 Số 3 (2011), trang 29.

# Phân tích biến dạng trong việc lắp ráp máy bay

S. Lupuleac, J. Shinder, M. Churilova, N. Zaitseva, V. Khashba<sup>(1)</sup>,  
E. Bonhomme, P. Montero-Sanjuan<sup>(2)</sup>

## TỔNG QUAN

Khi chúng ta thiết kế một mô hình toán học cho quá trình lắp ráp, điều quan trọng cần nhớ là trong thực tế, các bộ phận được lắp ráp không hoàn toàn trùng khớp với hình dạng lý tưởng của chúng. Tất cả các bộ phận đến dây chuyền lắp ráp đều có một độ lệch ngẫu nhiên so với hình dạng lý tưởng do những khiếm khuyết và sai lệch khác nhau của quá

trình sản xuất hàng loạt. Những khiếm khuyết này có thể ảnh hưởng đến chất lượng của công trình lắp ráp. Do đó, độ biến dạng của các bộ phận nên được xem xét trong việc tối ưu hóa quá trình lắp ráp vì chúng ta thường muốn tăng tốc độ lắp ráp nhưng vẫn đảm bảo thành phẩm có chất lượng cao. Điều này đặc biệt quan trọng đối với ngành công nghiệp hàng không vì yêu cầu chất lượng trong lĩnh vực này thường hết sức chặt chẽ.



Dây chuyền lắp ráp cuối của Boeing (modernairliners.com)



Dây chuyền lắp ráp cánh của Airbus (airbus.com)

HÌNH 1. Một số dây chuyền lắp ráp máy bay

Phân tích biến dạng của quá trình lắp ráp giúp dự đoán tác động của sai lệch bộ phận đến chất lượng khi lắp ráp. Cách tiếp cận tổng quát nhất để phân tích biến dạng là dựa trên các mô phỏng Monte Carlo. Ý tưởng đằng sau cách tiếp cận

này là cố gắng mô phỏng tất cả các tình huống có thể xảy ra trong thực tế do sự hiện diện của những sai lệch ngẫu nhiên. Trong quá trình làm việc với Airbus, chúng tôi tạo ra một bản cải tiến của phương pháp tiếp cận tiêu chuẩn này.

<sup>(1)</sup>Đại học Bách khoa Peter the Great, St. Petersburg

<sup>(2)</sup>Airbus, Hoa Kỳ



Chúng tôi xem xét chi tiết những điểm đặc thù của việc lắp ráp máy bay, từ đó có được dự đoán chính xác hơn về độ lệch của các cấu trúc máy bay.

Cách tiếp cận của chúng tôi dựa trên việc mô hình hóa quy trình lắp ráp bằng cách giải quyết một bài toán tiếp xúc rút gọn. Khi giải quyết bài toán tiếp xúc, vị trí ban đầu của các bộ phận có thể được thiết lập bởi khe hở ban đầu. Lời giải của bài toán này cho chúng ta biết được sự dịch chuyển của các bộ phận này trong quá trình lắp ráp và khe hở dư giữa chúng.

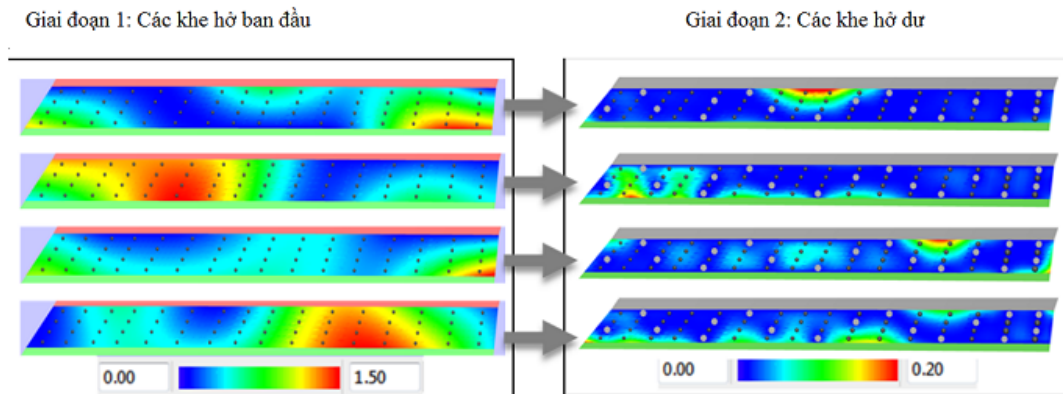
*Khe hở ban đầu* thể hiện khoảng cách giữa các bộ phận trước khi ghép nối. Vì xuất hiện do sai lệch của các hình dạng bộ phận nên khe hở ban đầu có tính ngẫu nhiên. *Khe hở dư* mô tả khoảng cách giữa các bộ phận sau khi lắp ráp. Đối với lắp ráp máy bay, sự phân bố giá trị khe hở dư định giá chất lượng của sự tiếp xúc giữa các bộ phận.

Do đó, những sai lệch ngẫu nhiên có thể được xem xét dựa trên thông tin về

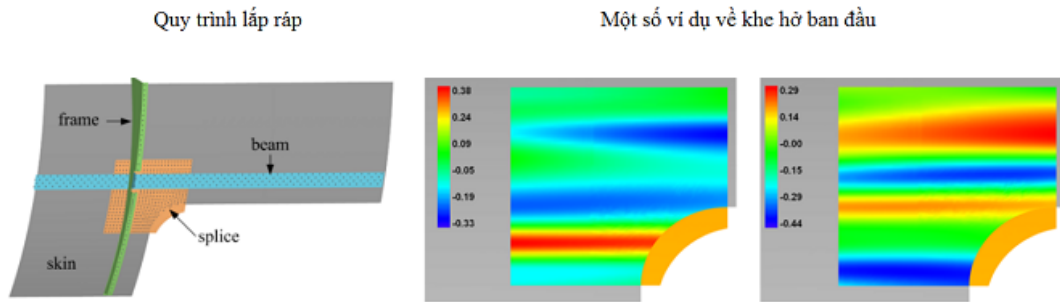
khe hở ban đầu, và chất lượng của việc lắp ráp có thể ước lượng dựa trên các giá trị khe hở dư thu được.

Quy trình mô phỏng biến dạng tương ứng có ba giai đoạn:

- Giai đoạn 1 – Sinh ra các khe hở ban đầu. Chúng tôi tạo ra một số lượng lớn các khe hở ban đầu. Việc khởi tạo có thể thực hiện dựa trên việc mô hình hóa khe hở ban đầu hoặc dựa trên phép nội suy từ dữ liệu đo được.
- Giai đoạn 2 – Mô hình hóa quá trình lắp ráp. Đối với mỗi khe hở ban đầu, tương tác tiếp xúc của các bộ phận được mô phỏng: bằng cách giải bài toán tiếp xúc, ta tìm được độ dịch chuyển của các bộ phận và giá trị của khe hở dư giữa các bộ phận.
- Giai đoạn 3 – Đưa ra một ước lượng thống kê về chất lượng tiếp xúc. Dựa trên dữ liệu về khe hở dư thu được, ta ước tính các đặc thù xác suất của khe hở này.



HÌNH 2. Quá trình mô phỏng biến dạng



HÌNH 3. Phân tích mối nối lắp ráp

Cách tiếp cận này cho phép chúng tôi dự đoán tương đối chính xác chất lượng tiếp xúc của bất kỳ công nghệ lắp ráp nào trước khi chúng đi vào dây chuyền lắp ráp. Tiếp cận của chúng tôi đã được sử dụng thành công trong một số dự án của Airbus để tối ưu hóa các quy trình lắp ráp thực tế. Ví dụ, đối với quy trình lắp ráp mối nối A350 S19, phương pháp mô phỏng biến dạng này giúp tìm ra mẫu chốt tối ưu mới cho khoan tự động: số lượng chốt ít hơn nhưng chất lượng tiếp xúc vẫn như cũ.

#### GIỚI THIỆU LẮP RÁP KHUNG MÁY BAY A350 S19

Việc lắp ráp khung máy bay được thực hiện bằng phương pháp tán đinh, có nghĩa là nhiều thao tác khoan và đục. Trong quá trình lắp ráp, người ta lắp chốt tạm thời vào các lỗ để định tán cố định liên kết giữa các bộ phận và ngăn chặn khe hở khi khoan và đục. Như đã lưu ý trong [1], sự hiện diện của khe hở dư giữa các bộ phận được ghép nối có thể gây ra độ lệch lạc của lỗ và sự thiếu chính xác giữa các bề mặt tiếp xúc trong quá trình khoan, điều này cuối cùng ảnh hưởng đến tuổi thọ của thành phẩm. Do đó, điều quan trọng là phải lắp đủ số lượng chốt tạm thời trong những giai đoạn nhất định của quá trình lắp ráp.

Mặt khác, việc lắp đặt thêm và loại bỏ các chốt là một quá trình tốn nhiều thời gian. Ngoài ra, như đã đề cập trong [2], trong trường hợp lắp ráp tự động, sự hiện diện của số lượng lớn các chốt tạm thời làm phức tạp việc điều hướng và định vị của robot khoan. Do đó, số lượng chốt nên được giữ ở mức hợp lý nhưng đủ để giảm thiểu khoảng cách giữa các bộ phận trong những giai đoạn nhất định của quá trình lắp ráp (khoan, đục).

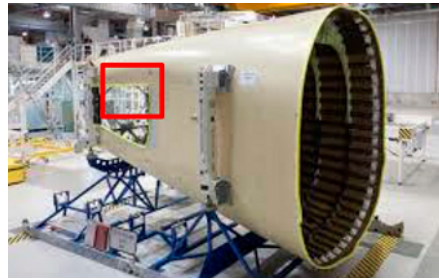
Khe hở còn lại giữa các bộ phận sau khi lắp chốt là hàm của cả độ rộng khe hở ban đầu và vị trí (mẫu) của các chốt. Trình tự lắp đặt chốt tạm thời không thay đổi từ khung máy bay này sang khung máy bay khác trong dây chuyền lắp ráp. Tuy nhiên, quá trình thực hiện sẽ dẫn đến các biến dạng về kích thước khác nhau và khoảng cách ban đầu giữa các bộ phận được lắp ráp thay đổi từ máy bay này sang máy bay khác trong phạm vi sai số lắp ráp cho phép. Do đó, khe hở ban đầu giữa các bộ phận cần ghép nối thường không được biết trong quá trình tối ưu hóa quá trình lắp ráp.

Những điểm nêu trên làm cho bài toán tối ưu hóa mối nối trở nên rất đặc thù và việc nghiên cứu nó đòi hỏi phải sử dụng các công cụ đặc biệt. Phân tích số được thực hiện với phiên bản cải tiến của phần mềm ASRP (Mô phỏng lắp ráp

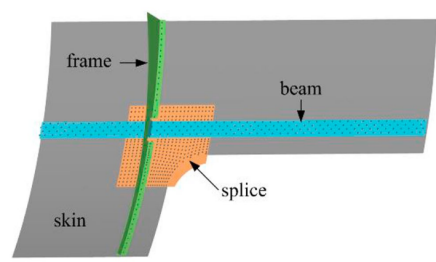
quá trình tán đinh – Assembly Simulation of Riveting Process) [3]. ASRP là công cụ mô phỏng và tối ưu hóa quá trình lắp ráp các bộ phận khung máy bay với quy mô lớn (xem [4, 5, 6, 7, 8, 9]). ASRP kết hợp phân tích mô phỏng biến đổi với việc giải quyết bài toán tiếp xúc [10, 11, 12, 13, 14].

#### QUY TRÌNH LẮP RÁP

Chúng tôi xem xét một giai đoạn của lắp ráp phần S19. Phần S19 (Hình 4) là thành phần phía sau của thân máy bay. Giai đoạn lắp ráp đang xét liên quan đến việc ghép nối vào S19. Vị trí của mỗi nối được đóng khung trong Hình 4.



HÌNH 4. Mặt cắt A350 S19 (www.icas.org) và khu vực nối đang xét (hình chữ nhật).



HÌNH 5. Sơ đồ lắp ráp nhìn từ bên trong thân máy bay.

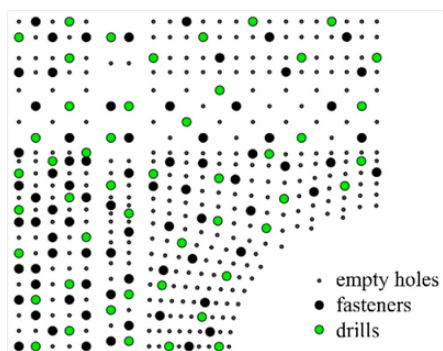
Mỗi ghép được cố định bởi vỏ thân máy bay, dầm và khung, như trên sơ đồ trong Hình 5. Mỗi ghép được liên kết với vỏ thân máy bay, dầm và khung bằng các chốt lắp đặt tạm thời, ký hiệu bằng các vòng tròn lớn màu đen trong Hình 6. Robot khoan tuần tự khoan các lỗ được xác định trước để lắp các đinh tán sắp tới, như minh họa trong Hình 6, trong đó các lỗ đục được ký hiệu bằng các vòng tròn màu xanh lá cây. Trong một số giai đoạn

nhất định của quá trình khoan, lực khoan gây ra khe hở giữa các bộ phận gần với điểm khoan (xem Hình 7). Nó có thể dẫn đến độ lệch lạc của các lỗ và khiến chất lượng lắp ráp cuối cùng kém.

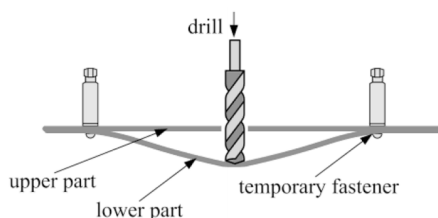
Các yêu cầu công nghệ đặc biệt đặt ra đối với khe hở tối đa cho phép: trong quá trình khoan, khe hở không nên vượt quá 0,3mm. Yêu cầu này được đáp ứng bằng cách đặt các chốt tạm thời. Tuy nhiên, sự hiện diện của nhiều chốt (đặc biệt là ở

gần các lỗ đục) gây trở ngại cho việc điều hướng của robot khoan. Do đó, cần phải giảm thiểu số lượng chốt tạm thời lắp đặt, trong khi vẫn đảm bảo yêu cầu về khe hở

tối đa cho phép. Có thể lắp chốt vào bất kỳ lỗ trống nào. Các lỗ như vậy được ký hiệu bởi các vòng tròn nhỏ màu đen trong Hình 6.



HÌNH 6. Vị trí của các lỗ khoan (màu xanh lá cây) và các chốt tạm thời (màu đen).

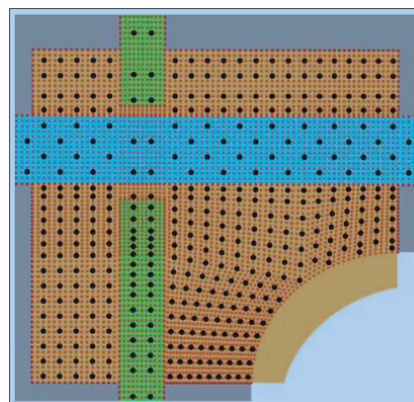


HÌNH 7. Khoảng cách giữa hai bộ phận mở ra trong quá trình khoan.

#### MÔ PHỎNG QUY TRÌNH LẮP RÁP

Đối với nhiệm vụ mô phỏng và tối ưu hóa quá trình lắp ráp, chúng tôi giải bài toán tiếp xúc để xác định khe hở dư giữa các phần cần lắp ráp gây ra bởi lực từ các chốt và mũi khoan. Ở đây chúng tôi chỉ đưa ra ý tưởng chính của phương pháp sử dụng trong phần mềm ASRP, mô tả chi tiết của các thuật toán số có thể tham khảo trong [5]. Đối với mô hình khớp nối đang xét, có bốn phần trong bộ phận lắp ráp (Hình 5). Vùng có thể tiếp xúc giữa các bộ phận gọi là vùng tiếp giáp. Các nút phần tử hữu hạn trong vùng tiếp giáp

(Hình 8) được biểu thị là các nút tính toán.



HÌNH 8. Các nút tính toán (màu đỏ).

Với sự trợ giúp của kỹ thuật mô hình hóa, phương pháp phần tử hữu hạn và cấu trúc con, chúng tôi thiết lập bài toán tiếp xúc ở dạng biến phân rời rạc rút gọn [15]:

$$(1) \quad \min_{N \cdot x \leq G} \left( \frac{1}{2} x^T K x - f^T x \right).$$

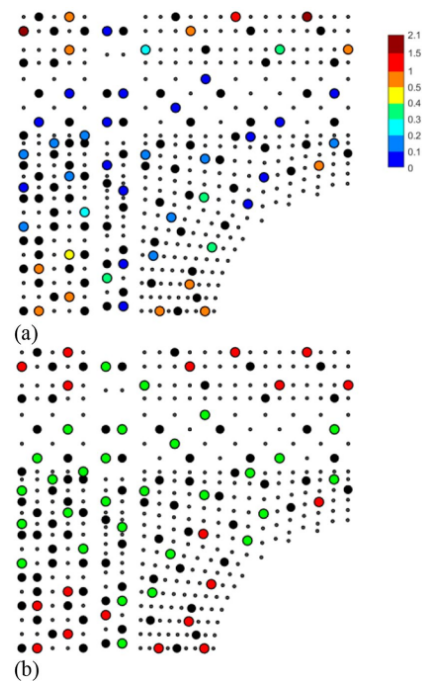
Ở đây  $x$  là vectơ pháp tuyến thể hiện sự dịch chuyển tại các nút tính toán,  $K$  là ma trận độ cứng rút gọn của hệ phần tử hữu hạn,  $f$  là vectơ của tải áp dụng (ví dụ từ các chốt hoặc mũi khoan),  $N$  là toán tử tuyến tính xác định các cặp tiếp điểm và  $G$  là vectơ khe hở ban đầu theo hướng pháp tuyến giữa các nút có thể tiếp xúc.

Ma trận  $N$  và  $K_C$  mô tả các tính chất như cấu trúc liên kết tổng thể của mỗi nối, đặc tính cơ học của các bộ phận và sự cố định của các bộ phận trong đồ gá lắp ráp. Số lượng nút trong một mô hình phần tử hữu hạn thường lớn hơn nhiều so với số lượng nút trong vùng tiếp giáp. Do đó, chiều của bài toán rút gọn (1) nhỏ hơn nhiều so với mô hình phần tử hữu hạn ban đầu.

#### VẤN ĐỀ TỐI ƯU HÓA VÀ THUẬT TOÁN TỐI ƯU HÓA

Bài toán tối ưu là giảm thiểu số lượng và tìm vị trí thích hợp hơn của chốt tạm thời (tìm mẫu chốt mới) để khe hở giữa các bộ phận trong công đoạn khoan không tăng lên so với mẫu ban đầu. Khe hở ban đầu giữa tất cả các bộ phận cần ghép nối được đặt bằng 0, do đó chỉ xem xét khe hở do khoan. Tất cả các lỗ chốt có cùng đường kính và tất cả các phần tử chốt được lắp đặt với cùng một lực. Có 48 mũi khoan (tức là các hoạt động khoan tuần tự), 76 chốt lắp đặt tạm thời và 283 lỗ trống trong mô hình lắp ráp đang xét. Chúng tôi lưu ý rằng đối với mỗi lần tính toán khe hở dư, một máy tính giải quyết

bài toán tiếp xúc (1) và mất vài phút tính toán. Do đó, giải quyết 48 vấn đề trên máy tính cá nhân cho mỗi lần thay đổi mẫu là không khả thi. Ta phải song song hóa trên siêu máy tính để giảm thời gian tính toán.



HÌNH 9. Khe hở dư tại các điểm khoan (a) và các mũi khoan vi phạm được đánh dấu bằng màu đỏ (b).

Lúc đầu, chúng tôi tính toán khe hở dư tại từng điểm khoan với mẫu chốt ban đầu đã cho (Hình 5). Do yêu cầu công nghệ, khe hở ở mỗi điểm khoan cần không nên vượt quá 0,3 mm, nhưng mô phỏng cho thấy điều kiện này bị vi phạm trong một số mũi khoan, đặc biệt là ở những mũi khoan gần với mép mỗi nối (Hình 9). Tổng cộng chúng tôi có 19 mũi khoan với khe hở lớn hơn 0,3 mm. Chúng tôi gọi chúng là các mũi khoan vi phạm (Hình 9b). Việc tối ưu hóa mẫu chốt tạm thời bao gồm hai giai đoạn:

- (1) Giảm số lượng chốt trong khu vực tiếp giáp để không gia tăng số lượng các mũi khoan vi phạm.

- (2) Sắp xếp lại các chốt (thay đổi vị trí của chúng trong bộ lỗ cố định được phép) để giảm thiểu tổng khe hở trong tất cả các điểm khoan.

Lặp lại các bước này cho đến khi không còn cải tiến trong mẫu.

Bước đầu tiên, chúng tôi cố gắng tháo từng chốt một, tính toán khe hở dư tại các điểm khoan cho mỗi lần sửa đổi mẫu mới. Kết quả là có 58 chốt được để lại trong khuôn mẫu (18 chốt bị tháo ra khỏi khu

vực tiếp giáp) với cùng một số lần khoan vi phạm.

Đối với bước tối ưu hóa thứ hai, chúng tôi sử dụng Thuật toán Biến dạng Cục bộ (LVA). LVA là một tìm kiếm tổng thể lặp đi lặp lại vị trí tối ưu cho từng chốt một trong số các lỗ được xác định trước [13].

Chúng tôi biểu thị mẫu chốt (vectơ số lỗ nơi lắp chốt) là  $P$  và mẫu ban đầu là  $P_0$ . LVA cho thuật toán tối thiểu hóa  $F(P)$  như sau:

Khởi tạo:  $P := P_0$ , Iteration := 1.

Repeat

Đặt *Tiến bộ*: = false;

Đối với mỗi lỗ  $i$  có chốt được cài đặt (vòng For 1)

Đối với mỗi lỗ trống  $j$  (vòng For 2)

Thu được mẫu  $P^*$  bằng cách di chuyển chốt từ lỗ  $i$  đến lỗ  $j$ ;

Đối với mỗi khe hở ban đầu (vòng For 3)

Tính toán khe hở tạo ra bởi mẫu chốt  $P^*$ ;

Kết thúc vòng For 3

Ước lượng  $\Delta F = F(P^*) - F(P)$ ;

Nếu  $\Delta F < 0$ , giữ nguyên mẫu mới  $P = P^*$ , và đặt

*Tiến bộ*: = true;

Kết thúc vòng For 2

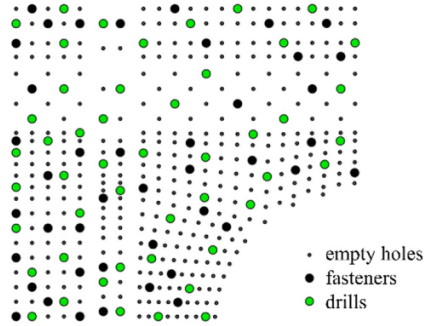
Kết thúc vòng For 1

Iteration: = Iteration + 1;

Cho đến khi *Tiến bộ* = false (không có cải tiến  $F(P)$  trong một lần lặp).

Phép lặp tiếp tục cho đến khi thuật toán đã hội tụ đến một nghiệm tối ưu địa phương. Trong trường hợp của chúng ta, hàm  $F(P)$  là tổng các khe hở dư trong tất cả 48 lần khoan. Đối với mẫu rút gọn tối ưu, tổng khe hở giảm từ 18,63 mm xuống 15,25 mm. Sau khi sắp xếp lại, các chốt được phân bố đồng đều hơn trên khu vực tiếp giáp.

Lặp lại các bước rút gọn và tối ưu hóa hai lần nữa cho đến khi thu được giải pháp gần tối ưu. Chúng tôi kết thúc với 53 mũi khoan trong mẫu (ở khu vực vùng tiếp giáp) và 19 mũi khoan vi phạm, tổng khe hở ở tất cả các điểm khoan trong giai đoạn khoan là 17,13 mm (đối với mẫu ban đầu là 16,77 mm). Mô hình tối ưu hóa được trình bày trong Hình 10.



HÌNH 10. Mẫu chốt sau 3 bước rút gọn – tối ưu hóa.

### KIỂM ĐỊNH MẪU CHỐT

Để tối ưu hóa mô hình chốt, chúng tôi giả định rằng ban đầu khoảng cách giữa các bộ phận cần gắn với nhau bằng không. Giả thiết này tương ứng với tình huống khi các bộ phận nối khớp hoàn toàn phù hợp và quá trình lắp ráp là lý tưởng. Tuy nhiên, trên thực tế, việc nối những bộ phận này bị ảnh hưởng bởi các biến dạng hình học và kích thước khác nhau. Do đó, một số khe hở ban đầu khác không xuất hiện giữa các bộ phận được lắp ráp. Khe hở này là ngẫu nhiên và ảnh hưởng đến sự dịch chuyển tiếp theo của các bộ phận trong quá trình chốt và khoan.

Để đảm bảo độ chắc chắn của mẫu chốt được đề xuất, ta cần thử nghiệm lắp ráp các bộ phận không lý tưởng. Phương pháp phổ biến để phân tích như vậy là mô phỏng biến dạng. Trong trường hợp của chúng tôi, biến dạng có thể được mô hình hóa dưới dạng khe hở ban đầu ngẫu nhiên, do đó chúng tôi sử dụng mô phỏng Monte Carlo để dự đoán kết quả ngẫu nhiên của quá trình lắp ráp. Quy trình chi tiết của xác minh mẫu có trong [11, 14]. Cụ thể là đầu tiên ta sinh ra số lượng lớn các khe hở ban đầu; sau đó kiểm tra mẫu chốt cho từng khe hở ban đầu và phân tích các kết quả thu thập được bằng phương pháp thống kê.

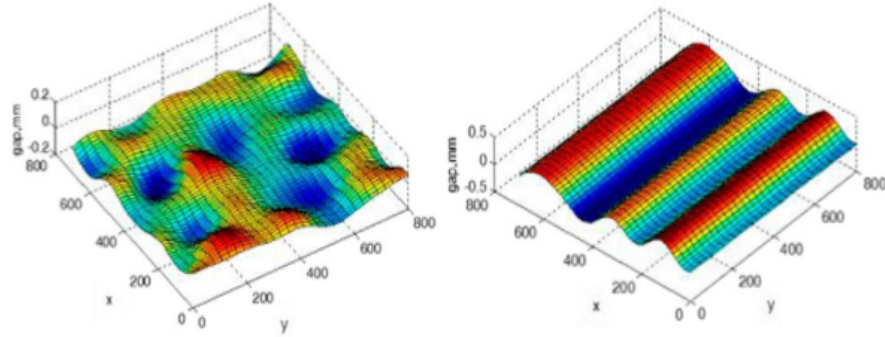
Mô hình chung để tạo khe hở ban đầu được mô tả trong [11]. Theo phương pháp luận này, khoảng cách ngẫu nhiên ban đầu có thể được mô hình hóa dưới dạng trường ngẫu nhiên Gauss. Việc lựa chọn kiểu và các thông số của trường này phải dựa trên các phép đo có sẵn.

Đối với việc lắp ráp mối nối A350 S19, khoảng cách ban đầu giữa các bộ phận được đo ở bước trước khi khoan trong quy trình lắp ráp. Những khe hở này được đo trên đường biên giữa tất cả các bộ phận ghép nối. Vì lý do kỹ thuật, tập hợp dữ liệu có sẵn chỉ bao gồm một số khe hở đo được. Phân tích các phép đo cho thấy rằng khe hở ban đầu có tính chất dị hướng vì nó thay đổi theo hướng  $X$  nhiều hơn theo hướng  $Y$ . Trong trường hợp này, khoảng cách ban đầu có thể mô hình hóa bằng trường ngẫu nhiên Gauss không đẳng hướng. Trong Hình 11, ta có một số ví dụ minh họa trường ngẫu nhiên đẳng hướng (loại trường ngẫu nhiên phổ biến nhất) và trường dị hướng. Sử dụng mô hình với trường không đẳng hướng, ta tạo ra một đám mây (tập hợp lớn các mẫu) khe hở ban đầu. Hình 12 thể hiện một số ví dụ về khe hở ban đầu được khởi tạo trong việc lắp ráp A350 S19.

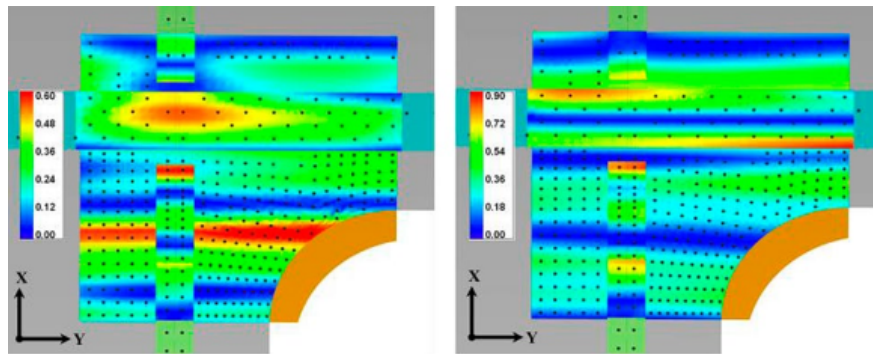
Việc giải quyết bài toán tiếp xúc (1) cho mỗi khe hở ban đầu từ đám mây cho ta một tập hợp các khe hở dư và kết quả là cho ta thấy mô hình chốt và khe hở ban đầu ảnh hưởng như thế nào đến khe hở trong quá trình khoan. Dựa trên tập hợp các khe hở dư, chúng ta có thể ước tính sự phân bố của các giá trị khe hở trong mỗi điểm khoan. Trong Hình 13 có một số ví dụ về biểu đồ thu được cho các mẫu chốt ban đầu và mẫu đã tối ưu hóa. Kết quả cho thấy rằng sự thay đổi của mẫu làm thay đổi phạm vi giá trị khe hở dư và đối với các mũi khoan khác nhau thì giá trị khe hở sẽ tăng hoặc giảm. Tuy

nhiên, những thay đổi này không phải là hệ trọng, và ngay cả đối với các mũi

khoan có vấn đề nhất, các giá trị chênh lệch không khác biệt đáng kể.



HÌNH 11. Trường ngẫu nhiên Gaussian đẳng hướng (trái) và dị hướng (phải).



HÌNH 12. Khởi tạo các khe hở ban đầu.

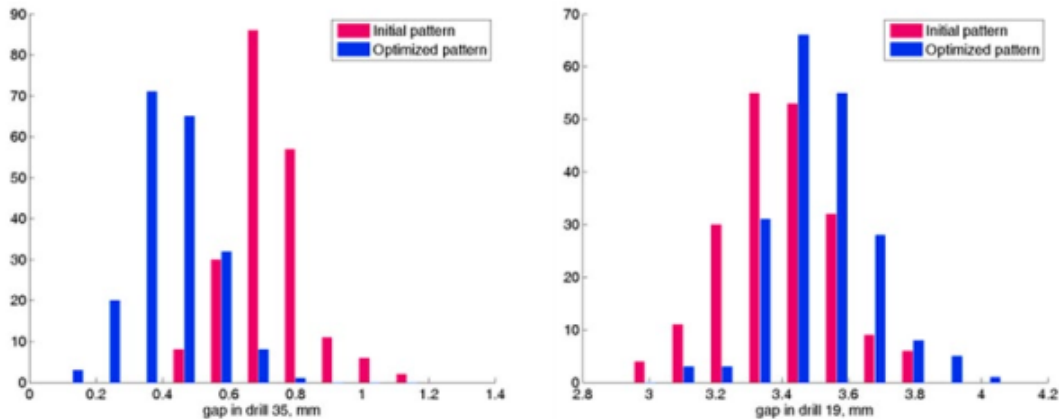
### KẾT LUẬN

Chúng tôi đã nghiên cứu việc tối ưu hóa quy trình lắp ráp khung máy bay bằng cách giảm thiểu số lượng chốt lắp đặt tạm thời. Chúng tôi sử dụng phương pháp mô phỏng số trên cơ sở các kết quả đo có sẵn. Một ví dụ về việc tự động ghép mối nối vào phần S19 của A350 đã được xem xét. Việc thực hiện phương pháp tối ưu hóa đã phát triển cho phép giảm 30%

số lượng chốt tạm thời mà không làm chất lượng giảm đi đáng kể.

Bước tiếp theo trong việc thực hiện và phát triển kỹ thuật tối ưu hóa mô tả ở trên là kết hợp nó với thiết bị đo lường và hệ thống định vị cho các công cụ tự động (để khoan, chốt, chạy máy). Hệ thống lắp ráp thông minh nhận được theo cách này sẽ có khả năng tối ưu hóa quy trình lắp ráp riêng cho từng thành phần.





HÌNH 13. Một số ví dụ về sự phân bố khe hở tại các điểm khoan cho các mẫu chốt ban đầu và mẫu đã tối ưu hóa.

#### TÀI LIỆU

- [1] Yang, D., Qu, W., and Ke, Y., "Evaluation of Residual Clearance After Pre-Joining and Pre-Joining Scheme Optimization in Aircraft Panel Assembly," *Assembly Automation* 36(4):376-387, 2016, doi:10.1108/AA-12-2015-129.
- [2] Dakdouk, D. and Xi, F., "Tool Accessibility Analysis for Robotic Drilling and Fastening," *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 139(9), 2017, doi:10.1115/1.4036639.
- [3] Lupuleac, S., Petukhova, M., Shinder, Y., Stefanova, M. et al., "Software Complex for Simulation of Riveting Process: Concept and Applications," *SAE Technical Paper* 2016-01-2090, 2016, doi:10.4271/2016-01-2090.
- [4] Lupuleac, S., Kovtun, M., Rodionova, O., and Marguet, B., "Assembly Simulation of Riveting Process," *SAE Int. J. Aerosp.* 2:193-198, 2010, doi:10.4271/2009-01-3215.
- [5] Lupuleac, S., Petukhova, M., Shinder, Y., and Bretagnol, B., "Methodology for Solving Contact Problem During Riveting Process," *SAE Int. J. Aerosp.* 4(2):952-957, 2011, doi:10.4271/2011-01-2582.
- [6] Petukhova, M., Lupuleac, S., Shinder, Y., Smirnov, A. et al., "Numerical Approach for Airframe Assembly Simulation," *Journal of Mathematics in Industry* 4:8, 2014, doi:10.1186/2190-5983-4-8.
- [7] Lupuleac, S., Shinder, Y., Petukhova, M., Yakunin, S. et al., "Development of Numerical Methods for Simulation of Airframe Assembly Process," *SAE Int. J. Aerosp.* 6(1):101-105, 2013, doi:10.4271/2013-01-2093.
- [8] Lupuleac, S., Petukhova, M., Stefanova, M., Shinder, Y. et al., "Simulation of Riveting Process in Case of Unsupported Part Presence," *SAE Technical Paper* 2015-01-2396, 2015, doi:10.4271/2015-01-2396.
- [9] Stefanova, M., Yakunin, S., Petukhova, M., Lupuleac, S., and Kokkolaras, M., "An Interior-Point Method-Based Solver for Simulation of Aircraft Parts Riveting," *Engineering Optimization* 50(5):781-796, 2017, doi:10.1080/0305215X.2017.1355367.
- [10] Lupuleac, S., Zaitseva, N., Petukhova, M., Shinder, Y. et al., "Combination of Experimental and Computational Approaches to A320 Wing Assembly," *SAE Technical Paper* 2017-01-2085, 2017, doi:10.4271/2017-01-2085.
- [11] Lupuleac, S., Zaitseva, N., Stefanova, M., Berezin, S. et al., "Simulation and Optimization of Airframe Assembly Process," *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition 2A*, 2018, doi:10.1115/IMECE2018-87058.
- [12] Zaitseva, N., Lupuleac, S., Petukhova, M., Churilova, M., Pogarskaia, T., and Stefanova, M., "High Performance Computing for Aircraft Assembly Optimization," in *2018 Global Smart Industry Conference*, 2018, doi:10.1109/GloSIC.2018.8570136.

- [13] Pogarskaia, T., Churilova, M., Petukhova, M., and Petukhov, E., “Simulation and Optimization of Aircraft Assembly Process Using Supercomputer Technologies,” in RuSCDays 2018 Communications in Computer and Information Science, 965, 2018, doi:10.1007/978-3-030-05807-4\_31.
- [14] Lupuleac, S., Zaitseva, N., Stefanova, M., Berezin, S. et al., “Simulation of the Wing-To-Fuselage Assembly Process,” ASME. J. Manuf. Sci. Eng. 141(6):061009-061009, 2019, doi:10.1115/1.4043365.
- [15] Wriggers, P. Computational Contact Mechanics 2nd Edition (Berlin Heidelberg: Springer, 2006), doi:10.1007/978-3-540.
- [16] Lupuleac S., Shinder J., Churilova M., Zaitseva N. et al., “Optimization of Automated Airframe Assembly Process on Example of A350 S19 Splice Joint,” SAE Technical Paper, 2019-01-1882, 2019, doi:10.4271/2019-01-1882.
- [17] Variation analysis for aircraft assemblies, European Consortium for Mathematics in Industry, 28 June, 2021, <https://ecmiindmath.org/2021/06/28/variation-analysis-for-aircraft-assemblies/>

Bản dịch dựa trên 2 tài liệu [16, 17].

**Người dịch:** Đỗ Đức Thuận (ĐH Bách khoa Hà Nội), Hà Phi (ĐH Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội)

## Tin tức hội viên và hoạt động toán học

\* **Đội tuyển Olympic Toán học Quốc tế của Việt Nam** năm 2021 đã giành sáu huy chương tại kỳ Olympic năm nay. Các thành viên của đội là:

- (1) **Phan Hữu An**, lớp 12, THPT Chuyên KHTN, ĐHKHTN, ĐHQGHN;
- (2) **Vũ Ngọc Bình**, lớp 11, THPT Chuyên Vĩnh Phúc;
- (3) **Đỗ Bách Khoa**, lớp 12, THPT Chuyên Hà Nội Amsterdam;
- (4) **Phan Huỳnh Tuấn Kiệt**, lớp 12, THPT Chuyên Lê Hồng Phong, Tp. HCM;
- (5) **Đinh Vũ Tùng Lâm**, lớp 12, THPT Chuyên KHTN, ĐHKHTN, ĐHQGHN;
- (6) **Trương Tuấn Nghĩa**, lớp 12, THPT Chuyên KHTN, ĐHKHTN, ĐHQGHN.



Sáu thành viên đội tuyển Việt Nam tại IMO 2021.

Ảnh: Thông tấn xã Việt Nam.

IMO lần thứ 62, năm 2021, được tổ chức từ ngày 14 đến 24/7/2021. Như năm 2020, kỳ thi IMO lần này vẫn được tổ chức trực tuyến vì khủng hoảng dịch Covid-19, và địa điểm tổ chức chính thức là thành phố Saint Petersburg, Liên bang Nga. Đội tuyển Việt Nam đã giành một huy chương vàng, hai huy chương bạc, và ba huy chương đồng. Huy chương vàng duy nhất là của bạn Đỗ Bách Khoa. Tính

theo tổng số điểm, đội Việt Nam xếp thứ 14; năm đội đứng đầu lần lượt là Trung Quốc, Nga, Hàn Quốc, Hoa Kỳ, và Canada.

\* Kỳ thi **Olympic Sinh viên và Học sinh năm 2021**, giống như một số hoạt động sinh hoạt cộng đồng quy mô lớn khác của Hội Toán học Việt Nam, đã bị hủy vì khủng hoảng dịch Covid-19.

## Thông báo

# IM-Simons Postdoctoral Fellowship 2022

The Institute of Mathematics, Vietnam Academy of Science and Technology invites applications for 2 (two) positions of the IM-Simons Postdoctoral Fellowship Program, 2022-2023. The initial appointment will be for one year, with the possibility of extension for a second year. The renewal for a second year will depend on a comprehensive review of the scientific activities of the fellow.

The targets of this program are:

- to attract foreign young researchers to work at the institute;
- to provide Vietnamese young researchers a bridge to a long-term scientific career.

### **Eligibility**

Applications are invited from qualified researchers under 40 years of age who have received a PhD degree in mathematics no more than five years before the deadline of the application. Preferences will be given to research areas of the institute, that are available on its website <http://math.ac.vn/en/>.

### **Salary and benefits**

The salary will be 16000 USD per year and a subsidy for accommodation. In addition, the fellows will receive a round-trip flight ticket and a research grant up to 1.000 USD per year for attending conferences and acquiring small equipments.

### **How to Apply**

Interested candidates should submit the following documents to [im\\_simons@math.ac.vn](mailto:im_simons@math.ac.vn):

- (1) Curriculum Vitae;
- (2) List of publications;
- (3) A research proposal (no more than four pages);
- (4) Two recommendation letters.

The submission deadline is **January 15, 2022**. Applications will be considered until the positions are filled. The expected starting date of the fellowship is before June 30, 2022. Informal queries should be sent to the above email address.

## THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 25 Số 2 (2021)

<b>Về các báo cáo toàn thể tại Đại hội Toán học Quốc tế năm 2022.....</b>	<b>1</b>
Đào Phương Bắc	
<b>Người thay đổi đời tôi.....</b>	<b>11</b>
Lê Quốc Hán	
<b>Các ICM và Liên đoàn Toán học Quốc tế.....</b>	<b>13</b>
Đoàn Trung Cường	
<b>Phân tích biến dạng trong việc lắp ráp máy bay</b>	<b>22</b>
S. Lupuleac, J. Shinder, M. Churilova, N. Zaitseva, V. Khashba, E. Bonhomme, và P. Montero-Sanjuan	
<i>Đỗ Đức Thuận và Hà Phi dịch</i>	
<b>Tin tức hội viên và hoạt động toán học.....</b>	<b>32</b>
<b>Thông báo: IM-Simons Postdoctoral Fellowship 2022.....</b>	<b>33</b>